Beyträge
zur
Beförderung des Studiums
der
Mathematik,
insbesondere
für Schullehrer und Praktiker.

Von
Johann Andreas Christian Michelsen,
Professor der Mathematik und Physik am Berlinischen Gymnasium.

Viertes Stück.

Berlin, 1790.
Im Verlage der Königl. Preuß. Akadem. Kunst- und Buchhandlung.

I.

Fortsetzung der im vorigen Stücke mitgetheilten ersten Probe eines Lehrbuchs der Mathematik für Schulen.

„Hier sind sie; (die Grundsätze, s. S. 234)
„in der Folge sollen die Oerter bemerkt werden,
„wo man sie zuerst deutlich wahrzunehmen ver-
„anlaßt wird.“

III. Grundsätze.

1. Zwey Dinge, die Einem Dritten gleich sind, sind selbst einander gleich.
2. Wenn Gleiches zu Gleichem gesetzt wird, so sind die Aggregate gleich.
3. Wenn von Gleichem Gleiches weggenommen wird, so sind die Reste gleich.
4. Wenn zu Ungleichem Gleiches gesetzt wird, so sind die Aggregate ungleich.
5. Wenn von Ungleichem Gleiches weggenommen wird, so sind die Reste ungleich.

6. Zwey Dinge, davon jedes das Doppelte von Einem Dritten ist, sind einander gleich.

7. Zwey Dinge, deren jedes die Hälfte von Einem Dritten ist, sind einander gleich.

8. Dinge, die einander decken, sind einander gleich.

9. Das Ganze ist größer als sein Theil.

10. Alle rechte Winkel sind einander gleich.

11. Zwey gerade Linien, die von einer dritten geschnitten werden, und dabey so beschaffen sind, daß die beyden innern an einer Seite liegenden Winkel zusammen kleiner als zwey rechte Winkel sind, treffen, genugsam verlängert, an eben der Seite zusammen.

12. Zwey gerade Linien schließen keinen Raum ein *).

„Fängt man nunmehr die gedachte genauere „Untersuchung wirklich an, mit dem Vorsatze, „nirgends eher als nach Erwerbung deutlicher,

*) Da ich mich in dem folgenden zweyten Aufsatze über die Art des Gebrauchs des Lehrbuchs ausführlich erkläre: so kann ich die Anmerkungen, welche sonst allerdings hier erforderlich seyn würden, weglassen und diesem Aufsatze vorbehalten.

„gewisser und vollständiger Kenntnisse zufrieden „zu seyn, und, wenn man hier und da dies „Ziel nicht gleich zu erreichen im Stande ist, „sobald man mehr Kräfte sich erworben, von „neuem demselben entgegen zu streben: so ist die „Hauptregel welche man zu beobachten hat, „diese: Man fange jedesmal vom Einfachsten „an, und gehe stufenweise zum Zusammenge„setztern fort. Nennt man die Behauptungen, „welche man von den untersuchten Gegenstän„den findet, Sätze und zwar, wenn sie Ei„genschaften davon angeben, Lehrsätze, und „wenn sie lehren, wie etwas gemacht werden „könne und müsse, Aufgaben: so kann nach „dem Bisherigen folgendes zum Leitfaden hin„reichen.“

IV. Sätze.

1. Satz. Aufgabe.

Ueber einer gegebenen geraden Linie ein gleichseitiges Dreyeck zu beschreiben.

Ich muß aber meine Leser ersuchen, diesen Aufsatz nicht ungelesen bey Seite zu legen, wenn ihnen daran gelegen ist, meinen Gesichtspunkt genau kennen zu lernen.

Auflösung.

Man beschreibe aus den beyden Endpunkten der gegebenen Linie mit ihr zwey Kreise, und verknüpfe einen ihrer Durchschnittspunkte mit den gedachten Endpunkten durch gerade Linien.

Beweis.

Die gegebene gerade Linie liegt mit jeder gezogenen verknüpfenden Linie, paarweise genommen, zwischen dem Mittelpunkte und dem Umfange Eines Kreises.

„Bey dieser Aufgabe findet sich schon Gele-
„genheit, nach dem ersten Grundsatze zu han-
„deln, und denselben als einen Grundsatz zu be-
„merken. Man muß aber auf die Regeln und
„Sätze, welche die Seele, so bald sie dazu ver-
„anlaßt wird, gleichsam aus sich selbst hergiebt,
„in der Mathematik die äußerste Aufmerksam-
„keit verwenden, um dieselben nach und nach
„zu sammlen, und in jedem vorkommenden
„Falle zu brauchen, weil die Erfahrung uns
„darin nicht zu Hülfe kommen soll, und wir
„also ohne jene Regeln und Sätze nichts her-
„vorbringen und finden können."

„Man entdeckt auf dem beschriebenen Wege
„bey der ersten Figur nichts, und eben so bey

„der zweyten. In der dritten ist zwar BF oder „AE von den Verlängerungen der AB in gege„bener Größe abgeschnitten worden, aber die„ses geht die Linie AB selbst nichts an, und „daher giebt solches auch keinen Satz an die „Hand. Also erst durch die vierte Figur wird „man auf die vorstehende Aufgabe geleitet. „Aber hier ist nunmehr BF auch der BC, der „AC, der BD und der AD gleich, und so kann „man sich allerdings vorstellen, daß daselbst von „einer gegebenen unbegrenzten geraden Linie „ein Stück abgeschnitten sey, welches einer an„dern gegebenen Linie gleich ist. Allein die be„sondern Umstände, unter welchen solches ge„schehen ist, machen eine deutliche und völlige „Vorstellung des hier statt findenden Falles äu„ßerst schwer, und man ist daher genöthiget, „ihn allgemeiner zu machen. Dabey braucht „die erste der gegebenen geraden Linien nicht „unbegrenzt, sondern nur größer zu seyn als „die andere. Auf diese Art kommt man zu der „Aufgabe: Es sind zwey ungleiche gerade Li„nien gegeben; man soll von der größern eine „der kleinern gleiche Linie wegnehmen. Die „Auflösung derselben bietet sich von selbst dar,

„wenn man nur nach den Forderungen und „Grundsätzen handelt. Aber sie wird zu zu„zusammengesetzt, und es ist daher besser sie in „zwey zu theilen.“

„Uebrigens muß man, wenn man sich die „geometrischen Gegenstände sinnlich darstellt, „um sie desto leichter und bequemer untersuchen „zu können, auch ihre Darstellungen benennen, „um sich darüber ebenfalls auf eine leichte und „kurze Art zu erklären. Bey geradlinigen Fi„guren ist dazu weiter nichts nöthig, als daß „man den Punkten, wodurch sie bestimmt wer„den, und zwar in der Ordnung, in welcher „man sich diese Punkte denken muß, die Buch„staben irgend eines Alphabets in ihrer natür„lichen Folge beyfüge. Der Bequemlichkeit „und Kürze wegen drucken die Mathematiker „auch Worte und Sätze mit Zeichen aus, die „gelegentlich vorkommen werden.“

2. Satz. Aufgabe.

An einen gegebenen Punkt eine gerade Linie zu legen, welche einer andern gegebenen geraden Linie gleich sey.

Erläuterung.

Es sey, Fig. 6, A der gegebene Punkt, und BC die Linie, welcher die daran zu legende gerade Linie gleich seyn soll.

Auflösung.

Man ziehe AB, und beschreibe darüber das gleichseitige Dreyeck ABD. Ferner verlängere man die Seiten DA und DB, und beschreibe aus B mit BC einen Kreis, um BE gleich BC zu bekommen. Endlich beschreibe man mit DE einen Kreis, welcher die DA in F schneide. So ist AF die verlangte gerade Linie.

Beweis.

Da BC und BE, und eben so DE und DF, desgleichen DB und DA einander gleich sind, so sind nach dem dritten Grundsatze, der sich hier zuerst darbietet, auch BE und AF, und nun nach dem ersten AF und BC einander gleich; und es geschieht daher der Aufgabe durch das Vorhergehende in dem angenommenen Falle ein Genüge.

„Ob der Punkt, wo Fig. 6 der Buchstabe „B steht, als der Anfangspunkt der Linie BC „betrachtet werde, oder der andere, wie sol„ches Fig. 7 und 9 statt findet; desgleichen ob

„das gleichseitige Dreyeck DAB nicht nach der „Gegend zu, wo BC liegt, oder in dieser Ge„gend beschrieben werde, wie Fig. 8 und 9; „und endlich, ob A von B wenig oder viel ent„fernt sey, thut hierbey nichts zur Sache: die „Auflösung und der Beweis bleiben eben diesel„ben. Folglich ist die gegebene Auflösung und „der geführte Beweis allgemein in jedem Falle „brauchbar und gültig. (Sollte es etwa noch „mehr Rücksichten geben als die genannten?)"

„Ohne auf einen einzelnen Fall zu sehen, „würde die Auflösung so haben gegeben werden „können. Man ziehe von dem gegebenen „Punkte nach dem Anfangspunkte der gegebe„nen Linie eine gerade Linie, und beschreibe „darüber ein gleichseitiges Dreyeck. Ist dieses „geschehen, so verlängere man die Seiten des „beschriebenen Dreyecks, welche auf der zu An„fange gezogenen Verknüpfungslinie stehen, „über die Endpunkte derselben hinaus, und „beschreibe aus dem Anfangspunkte der gegebe„nen Linie mit dieser Linie einen Kreis. Eben „dieses thue man aus der Spitze des Winkels „des gleichseitigen Dreyecks, welcher der Ver„knüpfungslinie gegenübersteht, mit der Ent-

„fernung dieser Spitze von dem Punkte, in „welchem der erste Kreis die Verlängerung der „durch den Anfangspunkt der gegebenen Linie „gehenden Seite schneidet. Auf diese Art wird „der Aufgabe ein Genüge geleistet.“

„Ist aber diese Auflösung weitläuftiger und „schwerer als die vorhergehende, so würde es „der Beweis noch weit mehr seyn, wenn man „dabey auf keine Figur Rücksicht nehmen wollte. „Und denkt man sich unter A den Punkt, an „welchen die verlangte Linie gelegt werden soll, „unter B den Anfangspunkt der gegebenen Li„nie, unter D die Spitze des Winkels, welcher „der Linie AB gegenübersteht, und versteht da„bey die Verlängerung der Seiten DA und „DB so, daß die Verlängerung von D über A „und B, oder die zuletzt genannten Punkte, hin„aus geschehen solle: so ist die erste Auflösung „eben so allgemein als diese zweyte, und der „geführte Beweis behält ebenfalls nichts, was „ihn nur auf einen oder den andern Fall allein „einschränkte.“

„Wenn man sich an mehrern Fällen übt, „auf diese Art die auf bestimmte Figuren sich be„ziehenden Benennungen allgemein zu denken;

„so gelangt man darin bald zu einer Fertigkeit, „insbesondere, wenn man daneben von Zeit zu „Zeit, wo es keine Weitläuftigkeit und keine „Schwierigkeit verursacht, die Figur erst nach „der Auflösung zur Erläuterung derselben „braucht.“

„Anstatt über AB ein gleichseitiges Drey„eck zu beschreiben, hätte man durch Befolgung „der obigen Forderungen dasselbe bekommen, „aber sowohl der Weg selbst als seine Beschrei„bung wären weitläuftiger geworden. Im „Grunde ist die Auflösung, nicht nur der ersten „sondern auch dieser zweyten Aufgabe, nichts „anders als eine zweckmäßige Zusammensetzung „der gedachten drey Forderungen.“

„Wenn BC kleiner ist als AB, so läßt sich „AF auch auf die Art finden, welche Fig. 10 „befolgt worden ist. Wie unterscheidet sich das „Verfahren dabey von dem vorhin beobachte„ten? und warum kann hier dieser Fall über„gangen werden?“

3. Satz. Aufgabe.

Es sind zwey ungleiche gerade Linien gegeben; man soll von der größern eine der kleinern gleiche Linie wegnehmen.

Auflösung.

Man lege an den Endpunkt der größern Linie, von welchem aus die gedachte Linie weggenommen werden soll, eine der gegebenen kleinern gleiche Linie, und beschreibe darauf aus jenem Endpunkte mit der daran gelegten geraden Linie einen Kreis.

Erläuterung.

Soll z. B. von AB, Fig. 11, eine der CD gleiche Linie weggenommen werden, und zwar von B aus: so lege man an B die BE der CD gleich, und beschreibe aus B mit BE einen Kreis, welcher die BA in F so schneiden wird, daß BF der CD gleich ist.

Beweis.

Denn es ist BE gleich CD, und BF gleich BE, oder sowohl CD als BF der BE, und folglich auch CD und BF einander gleich.

„Der Kürze wegen druckt man das Gleich„seyn zweyer Dinge dadurch aus, daß man „zwischen ihre Benennungen das Zeichen = „setzt. So heißt z. B. A = B: das was A „bedeutet, ist gleich dem, was B vorstellt. „Hat man also dabey die 11te Figur vor Au-

„gen, so kann man den so eben geführten Be-
„weis auf folgende Art aufschreiben. Es ist

„BE = CD, und
„BF = BE, also auch
„BF = CD.

„In der Folge wird daher dieses Zeichen häufig
„gebraucht werden."

„Bis hieher leitet uns jetzt die 4te Figur.
„Wenden wir uns nunmehr zur fünften, so
„erblicken wir darin nach den beyden gleichsei-
„tigen Dreyecken CAB und DAB zwey gleich-
„schenklige, nemlich das Dreyeck ACD und
„das Dreyeck BCD. Da die Menge der in
„der 5ten Figur gezogenen Linien die Betrach-
„tung dieser letzten Dreyecke erschwert, so schaf-
„fen wir nach der Entwerfung Eines gleich-
„schenkligen Dreyecks alle überflüssige Linien
„wieder weg, und bekommen auf diese Art die
„12te Figur. Aber wozu hilft sie uns? So
„wie sie Fig. 12 steht, zu nichts; allein blicken
„wir zurück nach dem bereits gegangenen Wege,
„forschen wir nach der Art, wie wir das Bis-
„herige gefunden haben: so zeigt sich, daß die
„Anwendung der Forderungen uns unsere Ge-

„genstände in einer solchen Gestalt vor Augen „stellte, daß alles der bloßen Wahrnehmung „offen da lag; und jetzt haben wir außer den „Forderungen in den Auflösungen der dagewe= „senen Aufgaben ähnliche Mittel, die noch „schneller zu eben dem Ziele führen. Wir wol= „len also, Fig. 13, AB nach D, und AC nach „E verlängern, von der weiter fortgesetzten Ver= „längerung CE die Linie CF = BD abschnei= „den, und die geraden Linien BF und CD zie= „hen. Auf diese Art bekommen wir acht Drey= „ecke, deren Namen sind:

„ABC; ABF; ACD; BCD; BCF; BCG;
„BGD; CGF.

„Jedes einzeln genommen läßt weiter nichts „möglich, als daß wir uns seine Seiten nach „den Winkeln, welchen sie gegenüberstehen, „und seine Winkel nach den gegenüberliegenden „Seiten vorstellen. Bey der Vergleichung je „zweyer bemerkt man, indem man zuvörderst „das Dreyeck ABC mit jedem der übrigen zu= „sammen nimmt, daß dasselbe mit einigen von „diesen eine Seite und einen Winkel, und mit „andern bloß eine Seite gemein oder gleich „habe. Stellt man darauf das Dreyeck ABF

„mit den übrigen, und zuvörderst mit dem
„Dreyecke ACD zusammen, so zeigt sich, daß
„△ ABF mit dem △ ACD
„AB = AC
„AF = AD, und
„A gemein
„habe. So viel Uebereinstimmung macht eine
„sorgfältigere Untersuchung nöthig. Wir zeich=
„nen daher beyde Dreyecke, wie Fig. 14, be=
„sonders; stellen uns dabey die angeführten
„Beschaffenheiten vor; überlegen genau, was
„das sagen wolle, zwey gerade Linien, oder
„zwey geradlinige Winkel seyen einander gleich;
„nehmen dabey den achten Grundsatz, und für
„gerade Linien und geradlinige Winkel auch
„das Recht ihn umzukehren, wahr, so wie sich
„schon vorher, weil AB = AC, und BD =
„CF ist, der zweyte Grundsatz darbieten könn=
„te; und gelangen, indem wir alles, so viel
„als möglich, anwenden, zu einem Lehrsatze.

4. Satz. Lehrsatz.

Wenn in einem Dreyecke zwey Seiten ein=
zeln genommen, nebst dem von ihnen einge=
schlossenen Winkel, zweyen einzelnen Seiten
eines andern Dreyecks und dem Winkel der=
selben

selben gleich sind: so ist in beyden Dreyecken alles gleich.

Beweis.

Denn legt man die eine Seite des einen Dreyecks auf die gleiche Seite des andern, so daß beyde sich decken, so fallen die Spitzen der von den gegebenen Seiten eingeschlossenen gleichen Winkel und ein Schenkel derselben auf einander, und da die Winkel sich gleich sind, so lassen sie sich nunmehr auch so legen, daß der zweyte Schenkel des Winkels in dem zweyten Dreyecke auf dem zweyten Schenkel des Winkels in dem ersten Dreyecke zu liegen komme. Geschieht dieses, so liegen die Anfangspunkte von beyden zusammen, die Schenkel selbst auf einander, und es müssen folglich, da sie gleich sind, auch ihre Endpunkte zusammen fallen. Auf diese Art liegen aber auch die Endpunkte der dritten Seite beyder Dreyecke auf einander, und es decken sich daher auch diese, und mit ihnen die ganzen Dreyecke.

Erläuterung.

Es sey Fig. 14.

AB = DE; AC = DF; und BAC = EDF.

Da AB = DE: so kann man DE so auf AB

legen, daß D mit A, E mit B, und also die Seite DE mit der Seite AB zusammenfalle. Nun soll auch BAC = EDF seyn, und wir haben D auf A, und DE auf AB gelegt; also läßt sich nun der Winkel EDF so auf den Winkel BAC legen, daß beyde zusammen fallen, und DF auf AC zu liegen komme. Endlich soll AC = DF seyn, und D liegt auf A, und DF auf AC; folglich müssen auch die Endpunkte F und C zusammenfallen. Es liegt also nunmehr E auf B, und F auf C, also auch EF auf BC; und da dabey DE mit AB, und DF mit AC zusammenfällt, so decken sich die ganzen Dreyecke ABC und DEF, und es ist daher alles in beyden gleich.

„Von zweyen Seiten und dem eingeschlosse„nen Winkel in den beyden Dreyecken ABC „und DEF, wußten wir, daß sie gleich waren, „und also von drey Stücken; durch gehörige „Benutzung dieser Kenntniß haben wir von „eben so viel Stücken eben dasselbe gefun„den, und zwar mit der Gewißheit, daß wir „überzeugt sind, es müssen diese letzten drey „Dinge allemal einzeln einander gleich seyn, so „oft es jene sind. Ueberlegen wir nun, wodurch

„sich die gedachten drey letzten Dinge unter-„scheiden, so zeigt sich bald, daß sie den gege-„benen Dingen gegenüberstehen. Wir können „also den bewiesenen Lehrsatz auch auf folgende „Art ausdrucken: Wenn in zweyen Dreyecken „zwey Seiten und der von diesen Seiten einge-„schlossene Winkel, einzeln genommen, ein-„ander gleich sind: so sind nicht nur die gan-„zen Dreyecke einander gleich, sondern auch „die Winkel in ihnen, welche den gegebenen „Seiten, und die Seiten, welche dem gegebe-„nen Winkel gegenüberstehen.“

„Die Zusammenstellung des Dreyecks ABF, „Fig. 13, mit den noch übrigen Dreyecken „führt auf nichts neues. Geht man also zu „dem Dreyecke BCD fort, so findet man bey „der Vergleichung desselben mit dem Dreyecke „BCF zuvörderst, daß beyde eine Seite gleich, „und eine andere gemein haben. Es ist nem-„lich BD = CF, und BC = BC, denn auf „diese Art kann man ausdrucken, daß die Seite „BC den Dreyecken BCD und BCF gemein „sey. Erinnert man sich dabey, daß nach dem „vorhergehenden Satze

„△ ABF = △ ACD ist, weil
„AB = AC
„AF = AD, und
„BAF = CAD war;
„und folglich auch
„BFA = CDA
„ABF = ACD und
„BF = CD
„seyn müsse: so bietet sich hier sogleich eine Ge„legenheit dar, den vorhergehenden Lehrsatz „anzuwenden. Es ist nemlich
„△ BCD = △ CBF, weil
„BD = CF
„CD = BF, und
„BDC = CFB ist.
„Also weiß man nunmehr auch, daß
„BCD = CBF und
„CBD = BCF seyn muß.
„Vergleicht man endlich der Satz
„ABF = ACD mit folgendem
„CBF = BCD nach dem 3ten
„Grundsatze: so findet man
„ABC = ACB.

5. Satz. Lehrsatz.

In einem jeden gleichschenkligen Dreyecke sind die Winkel über der Grundlinie, und, wenn man die Schenkel verlängert, auch die Winkel unter der Grundlinie einander gleich.

„Der Beweis dieses Satzes braucht hier „wohl nicht wiederholt zu werden.“

„Daß in einem gleichseitigen Dreyecke alle „drey Winkel einander gleich seyn müssen, ist „eine hieraus sehr leicht fließende Folgerung.“

„Ob hier der sich selbst überlassene Schüler „der Mathematik daran denken werde, den „Lehrsatz von der Gleichheit der Winkel über „der Grundlinie in jedem gleichschenkligen „Dreyecke umzukehren, und die Gründe für „die Rechtmäßigkeit dieser Umkehrung aufzusu„chen; oder ob er nicht vielmehr glauben wer„de, zur Vergleichung anderer Paare von den „in der 13ten Figur enthaltenen Dreyecken fort„gehen zu müssen? will ich nicht entscheiden. „Der gedachte Lehrsatz zeigt die Abhängigkeit „der Gleichheit der Winkel eines Dreyecks von „der Gleichheit der ihnen gegenüberstehenden „Seiten; also eine Eigenschaft, welche diesen „Winkeln in Vergleichung mit einander zu-

„kommt, und zwar wegen einer Eigenschaft, „welche die ihnen gegenüberstehenden Seiten „in Vergleichung mit einander haben. Vor„hin hatten wir Gelegenheit, in Ansehung ei„ner äußern Beschaffenheit der Seiten und „Winkel eines Dreyecks etwas wechselseitiges „zu bemerken, nemlich, so wie jede Seite ei„nem bestimmten Winkel gegenübersteht, so „liegt auch dieser Winkel umgekehrt jener Seite „gegenüber. Sollte etwa dieser Umstand Ein„fluß genug haben können, den Gedanken an „die erwähnte Umkehrung zu erregen? Dem sey „indeß wie ihm wolle, so gehört die Kenntniß „von der Rechtmäßigkeit der Umkehrung des „vorhergehenden Lehrsatzes zur Vollständigkeit „der Einsicht in die Natur des gleichschenkligen „Dreyecks; und läßt man sich an dem gegen„wärtigen Orte verleiten sie zu vernachlässigen; „so wird man in der Folge gezwungen, das „Versäumte nachzuholen, und muß es alsdann, „der bessern Uebersicht wegen, doch an seinen „eigentlichen Ort bringen."

„Es entsteht also die Frage: Läßt sich der vor„hergehende Lehrsatz umkehren? oder: Sind, „wenn sich in einem Dreyecke zwey Winkel

„gleich sind, auch die diesen Winkeln gegen„überstehende Seiten einander gleich? Gesetzt „auch, daß man des zuletzt bewiesenen Lehr„satzes wegen geneigt wäre diese Frage zu beja„hen, so hätte man doch dazu noch kein Recht, „welches in der Mathematik bloß gewisse Grün„de geben. Also bleibt weiter nichts übrig als „die Untersuchung, welcher von den beyden „möglichen Fällen statt finden könne, und wel„cher nicht? Daß die gedachten Seiten gleich „seyn müssen, dies zu zeigen fehlt es uns an „Mitteln; also frägt sich, ob sie ungleich seyn „können?“

6. Satz. Lehrsatz.

Wenn in einem Dreyecke zwey Winkel gleich sind, so sind sich auch die diesen Winkeln gegenüberstehende Seiten gleich.

Beweis.

Denn sollten in einem Dreyecke ABC, Fig. 15, worin die Winkel ABC und ACB einander gleich sind, die diesen Winkeln gegenüberstehende Seiten AC und AB ungleich seyn: so wäre eine davon größer als die andere. Gesetzt AB wäre größer als AC, so müßte ein Theil der AB, z. B. BD, der AC gleich seyn,

und man könnte auf AB, von B aus, BD = AC abschneiden. Thäte man dieses und zöge darauf DC: so würde man

BC = BC

DB = AC, und

DBC = ACB

haben, und demnach behaupten müssen, daß die ganzen Dreyecke DBC und ACB sich deckten, und also auch die Winkel DCB und ABC einander gleich wären. Nun sollte aber ABC = ACB seyn, und diese Behauptung mit der, DCB = ABC, verbunden, gäbe DCB = ACB, welches unmöglich ist, da ein Theil nicht so groß seyn kann als das Ganze, wovon er ein Theil ist. Es kann also in dem Dreyecke ABC, wenn darin ABC = ACB seyn soll, AB nicht größer als AC, und da bey der angestellten Untersuchung AB bloß als eine der Gegenseiten AB und AC betrachtet wurde, auch überhaupt AB der AC nicht ungleich seyn.

„Man hätte auch so schließen können. Soll„ten in einem Dreyecke ABC, Fig. 16, worin „die Winkel ABC und ACB gleich sind, die „Gegenseiten AC und AB ungleich seyn: so „wäre eine davon kleiner als die andere. Gesetzt

„AB wäre kleiner als AC, so könnte man AB
„über A hinaus verlängern, und BD = AC
„machen. Thäte man dieses und zöge darauf
„DC: so würde man

„BC = BC
„DB = AC, und
„DBC = ACB

„haben, und deswegen behaupten müssen, daß
„die ganzen Drecke DBC und ACB sich deck-
„ten, und folglich auch die Winkel DCB und
„ABC einander gleich wären. Nun sollte aber
„ABC = ACB seyn, und diese Behauptung
„mit der, DCB = ABC, verbunden, gäbe
„DCB = ACB, welches hier aus eben dem
„Grunde wie vorhin unmöglich ist. Es kann
„also AB nicht kleiner als AC, und überhaupt
„AB der AC nicht ungleich seyn."

„Der hier geführte Beweis unterscheidet
„sich von den Beweisen der vorhergehenden
„Lehrsätze und Auflösungen auf eine merkliche
„Art. Bey den Beweisen des ersten bis fünf-
„ten Satzes legten wir den Zusammenhang der
„zu beweisenden Behauptungen mit andern be-
„kannten, und entweder an und für sich außer
„allem Zweifel gesetzten oder bereits vorher aus-

„gemachten Sätzen, durch Anführung der zwi„schen beyden befindlichen Mittelsätze dar; bey „dem Beweise des gegenwärtigen Satzes zeigen „wir, daß alles dasjenige falsch sey, was der „zu beweisenden Behauptung entgegensteht, und „schließen daher auf die Wahrheit der Behaup„tung. Jene Beweise heißen directe, dieser „wird ein indirecter oder ein apogogischer Be„weis genennt."

„Uebrigens findet sich hier Gelegenheit zur „Bemerkung des neunten Grundsatzes."

„Setzt man nunmehr die Vergleichung der „in der 13ten Figur enthaltenen Dreyecke fort: „so findet sich bey den Dreyecken BCD und „BCF der merkwürdige Umstand, daß die „Gleichheit derselben schon durch das Vorher„gehende bekannt ist, und sie jetzt als zwey „Dreyecke erscheinen, die eine Seite gemein, und „zwey einander gleich haben. Es liegt daher die „Frage sehr nahe: Ob sich nicht etwa auch aus „der Gleichheit aller drey Seiten zweyer Drey„ecke die Gleichheit der ganzen Dreyecke herleiten „lasse? oder: Ob ein Dreyeck, so wie vorhin durch „zwey Seiten und dem eingeschlossenen Winkel, „etwa auch durch drey Seiten bestimmt werde?

7. Satz. Lehrsatz.

Wenn auf einer geraden Linie in ihren Endpunkten zwey in Einem Punkte zusammentreffende gerade Linien aufgestellet sind: so können keine zwey andere, diesen gleiche gerade Linien in eben den Endpunkten und an eben der Seite aufgestellet werden, ohne ebenfalls in jenem Punkte zusammen zu treffen.

Beweis.

Denn sollten z. B. wenn Fig. 17 die geraden Linien AC, BC in den Endpunkten A und B über der Linie AB in dem Punkte C zusammentreffend aufgestellet worden sind, zwey andere AC und BC gleiche gerade Linien AD und BD in eben den Endpunkten A und B, und an eben der Seite über AB so aufgestellet werden können, daß sie nicht in dem Punkte C, sondern in irgend einem andern Punkte zusammenträfen: so sey D dieser andere Punkt. Man ziehe CD. Da bey den angeführten Bedingungen AC = AD, und BC = BD wäre, so müßte auch

ACD = ADC, und BCD = BDC

seyn. Aber aus dem ersten Satze würde folgen, daß

ADC größer als BCD,

und aus dem andern, daß

ADC kleiner als BCD

wäre, und da dieses nicht mit einander bestehen kann, so können die geraden Linien AD und BD, wenn sie AC und BC gleich, und mit ihnen in eben den Punkten A und B, und an eben der Seite über AB in Einem Punkte zusammengestellt werden sollen, in keinem andern Punkte D sondern nur in dem Punkte C zusammentreffen.

„Man könnte den Punkt D auch so fallen „lassen, wie die 18te Figur zeigt. Zöge man „nun ebenfalls CD, und verlängerte außerdem „die AC und AD nach E und F: so hätte man, „weil AC = AD, und BC = BD seyn soll,

„ECD = CDF, und BCD = BDC;

„und aus dem ersten von diesen beyden Sätzen „folgte, daß

„BCD kleiner als CDF,

„so wie aus dem andern, daß

„BCD größer als CDF

„wäre; und diese beyden Behauptungen sind „eben so einander widersprechende Urtheile, als „die vorhergehenden.“

„Lassen sich außer diesen beyden Fällen in „Ansehung des Punktes D noch andere denken, „welche hier ebenfalls berührt werden müßten?“

8. Satz. Lehrsatz.

Wenn in zweyen Dreyecken alle Seiten, einzeln genommen, sich gleich sind: so sind auch die ganzen Dreyecke einander gl.ich, so daß sie sich decken.

Erläuterung.

Wenn in den beyden Dreyecken ABC und DEF, Fig. 19, AB = DE, BC = EF, und CA = FD, oder alle Seiten, einzeln genommen, gleich sind: so sind auch die ganzen Dreyecke ABC = DEF einander gleich und decken sich.

Beweis.

Denn legt man EF auf BC so, daß E auf B und F auf C fällt, und das Dreyeck DFF auf eben die Seite der BC, auf welcher das Dreyeck ABC liegt: so ist DE = AB, und DF = AC, und es können daher DE und DF in der beschriebenen Lage in keinem andern Punkte als in A zusammentreffen.

„Jetzt wird es Zeit, zu der 5ten Figur zurück „zu kehren. Vemitttelst der bereits gefundenen „Lehrsätze nimmt man darin bald wahr, daß

1. „△ CAD = △ CBD sey, weil
„CA = CB
„AD = BD, und
„CD = CD

„ist, und lernt also die Gleichheit der Winkel „ACD und BCD, der Theile des Winkels „ACB, kennen. Ferner sieht man nunmehr, „daß auch

2. „△ ACG = △ BCG sey, weil
„AC = BC
„CG = CG, und
„ACG = BCG

„ist, und wird dadurch auf die Gleichheit der „Linien AG und GB, der Theile der Linie AB, „und der Winkel CGA und CGB, zweyer Ne„benwinkel, und hierdurch auf die senkrechte „Lage der Linie CG gegen die Linie AB geführt. „Es ist aber die ganze 5te Figur durch Befolgung „der Forderungen zu Stande gebracht worden; „und nehmen wir hierauf Rücksicht, und überle„gen dabey was für verschiedene Fälle die Figur „enthalte; so gelangen wir zu folgenden Aufgaben.

9. Satz. Aufgabe.

Einen gegebenen geradlinigen Winkel in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Man nehme auf dem einen Schenkel des gegebenen Winkels einen Punkt an, schneide auf dem andern, von der Spitze aus, ein Stück ab, welches dem Stücke des ersten Schenkels zwischen der Spitze und dem angenommenen Punkte gleich sey, und ziehe von dessen Endpunkte nach dem angenommenen Punkte eine gerade Linie. Beschreibt man über dieser Linie ein gleichseitiges Dreyeck, und zieht aus der Spitze desselben nach der Spitze des gegebenen Winkels eine gerade Linie: so theilt diese den Winkel, wie es die Aufgabe verlangt.

Erläuterung.

Es sey BAC, Fig. 20, der gegebene geradlinige Winkel. Nimmt man in AB den Punkt D an, macht AE = AD, zieht DE, beschreibt über DE das gleichseitige Dreyeck DFE und zieht FA: so theilt diese FA den Winkel BAC in die beyden gleichen Theile DAF und EAF.

Beweis.

Denn es ist alsdann

△DAF = △EAF, weil
DA = EA
DF = EF, und
AF = AF ist; und folglich auch
DAF = EAF.

10. Satz. Aufgabe.

Eine gegebene begrenzte gerade Linie in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Es heiße die gegebene gerade Linie AB, Fig. 21. Man beschreibe auf ihr das gleichseitige Dreyeck ACB, und theile den der AB darin gegenüber liegenden Winkel ACB in zwey gleiche Theile: so wird die Theilungslinie CD die AB in D, worin sie dieselbe trifft, in zwey gleiche Theile theilen.

Beweis.

Da CA = CB, CD = CD, und ACD = BCD ist, so decken sich die Dreyecke ACD und BCD, und es ist deswegen auch AD = DB.

11. Satz. Aufgabe.

Auf einer gegebenen geraden Linie in einem in ihr gegebenen Punkte eine senkrechte Linie zu errichten.

Auflösung.

Es sey AB, Fig. 22, die gegebene Linie, und C der in ihr gegebene Punkt. Man nehme auf AB, von C aus, CD = CE, beschreibe über DE das gleichseitige Dreyeck FDE und ziehe FC: so ist FC auf AB in C senkrecht.

Beweis.

Denn da CD = CE, FD = FE, und FC = FC: so decken sich die Dreyecke FCD und FCE, und die Nebenwinkel FCD und FCE sind einander gleich, und folglich FC in C senkrecht auf AB.

12. Satz. Aufgabe.

Auf eine gegebene unbegrenzte gerade Linie von einem außerhalb derselben befindlichen Punkte eine senkrechte Linie herabzufällen.

Auflösung.

Es sey AB, Fig. 23, die gegebene Linie, und C der außer ihr gegebene Punkt. Man

nehme auf der andern Seite der AB einen Punkt D an, beschreibe aus C mit der Entfernung CD einen Kreis, ziehe aus C nach den Durchschnittspunkten des Kreises und der gegebenen geraden Linie, E und F, die Linien CE und CF, und theile den Winkel ECF in zwey gleiche Theile: so wird die Theilungslinie CG durch den gegebenen Punkt C gehen und auf AB senkrecht seyn.

Beweis.

Denn es ist CE = CF, CG = CG, und GCE = GCF; folglich decken sich die Dreyecke GCE und GCF, und die Nebenwinkel CGE und CGF sind gleich, und daher auch CG auf AB senkrecht.

„Auf diese Art hat uns die Behandlung einer geraden Linie nach den oben stehenden „Forderungen, und die Betrachtung der dadurch erhaltenen Gegenstände nach den auf sie „folgenden, aber während der Untersuchung „sich erst deutlich darbietenden, Grundsätzen, zu „zwölf Sätzen geleitet, welche die Gleichheit „theils gerader Linien, theils geradliniger Winkel, theils geradliniger Dreyecke betreffen; „und es war bloße Verkürzung des zu nehmen-

„den Weges, wenn wir hinterher, statt der „Forderungen, Aufgaben mit ihren Auflösun„gen, und statt der Grundsätze Lehrsätze an„wandten. Jetzt am Ende des Weges, wel„chen uns bey dieser Behandlungsart die ge„rade Linie an die Hand gab, und von der „Nutzbarkeit desselben durch mehrere darauf ge„sammlete Früchte überzeugt; was können wir „besseres thun, oder was bleibt uns übrig, als „den zunächst folgenden zusammengesetztern Ge„genstand eben derselben Behandlungsart zu „unterwerfen?“

II.

Ueber die Nothwendigkeit des Studiums der Mathematik als reine Vernunftwissenschaft.

Wenn man die Mathematik in ihrer Würde erblicken will, so muß man sie in dem Schmucke sehen, in welchem sie als reine Vernunftwissenschaft pranget. So will ich sie hier nicht darstellen, nur einen matten Umriß entwerfen.

Ich verstehe mit andern unter reiner Vernunft unser Erkenntnißvermögen, in so fern es sich, unabhängig von der Erfahrung, thätig beweiset; und unter reiner Vernunftwissenschaft einen Inbegriff von Erkenntnissen, auf welche Erfahrung keinen Anspruch hat.

Unser Geist ist Kraft und kann als Kraft, von uns, nur aus seinen Produkten erkannt werden. Erfahrungserkenntniß ist ein Zusammengesetztes aus dem, was wir durch Eindrücke

empfangen, und dem, was unser Geist aus sich selbst hergiebt. Immerhin mag lange Uebung uns endlich in den Stand setzen, diesen Zusatz zu bemerken und von jenem Grundstoffe zu unterscheiden; wollen wir die Kraft unsers Geistes ganz und mit Gewißheit kennen lernen, wollen wir uns der Einsicht ihrer Natur, ihrer Stärke, Wirkungsart, Umfang und Macht rühmen: so müssen wir dieselbe in ihren Wirkungen, d. h. in den reinen Vernunftwissenschaften angeschaut haben.

Und nicht eher als nach der Erwerbung dieser Einsicht vermögen wir mit Gewißheit zu bestimmen, wie die Dinge außer uns auf unsern Geist wirken; also auch, da wir die Natur dieser Dinge lediglich nach ihren Einwirkungen auf uns zu beurtheilen im Stande sind, nur dann erst in das Wesen dieser Dinge zu dringen, und gewisse Erkenntnisse von ihnen zu erlangen.

Folglich läuft der Weg, der zur vollkommenen und gewissen Erkenntniß, sowohl unsers Geistes als der uns umgebenden Dinge, führt, durch das Gebiet der reinen Vernunftwissenschaften.

Aus den Händen der Natur geht unser Geist als Anlage hervor; was er werden soll, hängt

von der Ausbildung ab, die seiner wartet. Den ersten Anfang derselben besorgt die Natur durch die Lagen, in welche sie uns versetzt, einen Theil übernehmen andere, der größte und wichtigste bleibt uns selbst überlassen. Nur dann dürfen wir hoffen, unserm Geiste die Stärke und Vollkommenheit ganz zu ertheilen, deren er fähig ist, wenn wir frühzeitig unter weiser Leitung die Gebäude der reinen Vernunftwissenschaften selbst aufführen, und früh uns gewöhnen, die Einwirkungen der äußern Dinge nach unserm Gefallen zu lenken.

Auf diese Art hängt die Vollkommenheit sowohl unsers Geistes selbst als dessen, was wir uns durch ihn erwerben, von den reinen Vernunftwissenschaften und ihrem Gebrauche ab. Bedarf es mehr um dieselben als die edelsten Kleinodien des Menschen, der die Wichtigkeit seines Vorzugs vor den Thieren kennt, aufzustellen.

Aber welches sind nun die Wissenschaften, welche den Namen der reinen Vernunftwissenschaften verdienen und die erwähnten großen Vortheile gewähren? Die kurze Antwort: Mathematik und Philosophie, ist hier nicht hinlänglich.

Man kann, sagt Hr. Kant in seinen Prolegomenen zu einer jeden künftigen Methaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können, kein einziges Buch aufzeigen, so wie man etwa einen Euclid vorzeigt und sagen, das ist Metaphysik. Sollte man Unrecht thun, wenn man statt des Worts Metaphysik den Namen Philosophie setzte?

Es sey mir erlaubt, meine Gedanken hierüber frey zu äußern; betrachte man, was ich sagen werde, als Frage in categorische Form gekleidet. Verschiedenheit in den Vorstellungen ist öfters Veranlassung zur Erfindung und unabänderlichen Festsetzung des wahren Standpunktes, und je wichtiger Gegenstände sind, desto weniger ist bloßes Nachbeten unschädlich. Freylich klingen allgemeine Behauptungen, und im Allgemeinen werde ich mich größtentheils halten müssen, oft übertrieben; indeß ich darf hoffen, nicht für Leser sondern für Denker zu schreiben. Eine Anmerkung vorläufig, um unnöthigen Einwürfen zuvorzukommen.

Man erklärt öfters die Mathematik durch die Wissenschaft von der Größe, und die Philosophie durch die Wissenschaft von den allgemeinsten Be-

schaffenheiten der Dinge, ohne einmal die Quellen, aus welchen diese Wissenschaften geschöpft werden sollen, genau zu bestimmen. Will man diese Begriffe auch bey gegenwärtiger Untersuchung zum Grunde legen, so ist ein großer Theil meiner Behauptungen falsch und ein anderer schief und schielend. Ich verstehe also mit Hrn. Kant unter Mathematik und Philosophie reine Vernunftwissenschaften im strengen Sinne, weil sie dies seyn können, und, wenn sie im eigenthümlichen Glanze sich darstellen sollen, auch seyn müssen; und betrachte alle reine Anschauungen als Gegenstände der Mathematik und alle reine Begriffe als Objecte der Philosophie.

Dieses vorausgesetzt so ist es keinem Zweifel unterworfen, daß wir Mathematik als reine Vernunftwissenschaft besitzen, wenn man gleich nicht behaupten kann, daß das System derselben bereits zu seiner ganzen, allerdings eben so möglichen als wünschenswerthen, Vollkommenheit gebracht worden sey.

Was die Philosophie betrifft, so scheint mir zuvöderst das ausgemacht zu seyn, daß der Weg zu ihr, wenn sie wirklich reine Vernunftwissenschaft seyn soll, durch das Gebiet der

Mathematik sich erstrecken müsse; und so gut ich mir einen Mathematiker ohne Philosophie denken kann, so wenig bin ich bis jetzt im Stande, einen Philosophen zu schätzen, der keine Mathematik versteht. Begriffe ohne ihnen untergeordnete Anschauungen sind leer, und Philosophie, die nicht auf Mathematik als ihrem Grunde sich stützt, ist entweder keine reine Vernunftwissenschaft, oder auch sie ist leer.

Ein nicht sehr vortheilhafter Umstand ist es für die bisherige Philosophie, daß die Mathematik mit der höchsten Gründlichkeit und Gewißheit aller ihrer Lehrer eine eben so große Deutlichkeit und Leichtigkeit zu verbinden im Stande ist, und daß, Hrn. Kästners Ausdruck zu gebrauchen, bey Euclides Elementen z. B. Abschreiber, Uebersetzer, Exegeten, Commmentatoren und Dogmatiker keine Unwahrheit haben hieinbringen können und keine heraus. Ich weiß nicht ob es für Philosophen ein wichtigeres Werk geben kann, als Hrn. Kants Critik der reinen Vernunft. Was für Klagen hat man über die Dunkelheiten geführt, in welche sie gehüllt seyn seyn soll! Was für Widerspruch, was für Streit hat man dagegen angefangen! Was für

eine Menge hat darin, nach Hrn. Rheinhold, gerade das Gegentheil von dem gefunden, was sie wirklich enthält! *)

Sey dem wie ihm wolle! die Frage ist wichtiger, was ist in der Philosophie möglich und wie? Ein Weg scheint mir bisher noch zu wenig betreten zu seyn, dessen ich mit ein Paar Worten gedenken will.

Wenn man die verschiedenen Erklärungen, welche von jeher von der Philosophie gegeben worden sind, sammlen und neben einander stellen wollte, wie groß sollte wohl die Menge derselben werden? Und ob sich darunter auch wohl nur Eine finden mögte, welche den Namen der Definition im eigentlichen und strengen Sinne verdiente? Ich wäre an meinem Theile selbst nicht abgeneigt zu behaupten, daß wir uns bis

*) Misdeutungen zu vermeiden setze ich hier hinzu, daß ich sehr wohl weiß, warum eine Critik der reinen Vernunft nicht so leicht seyn kann, als mathematische Elemente, und daß vielleicht gerade ich am allerwenigsten den Grund der Klagen, die man von so manchen Seiten wider Hrn. Kants Critik geführt hat, auf dieses wahren Philosophen Rechnung zu setzen im Stande seyn mögte.

auf diesen Augenblick noch nicht einmal einer solchen Erklärung von der Mathematik rühmen könnten; ja ich zweifele, ob sich von beyden Wissenschaften eine vollkommene Definition geben lasse, die nicht bloß negativ wäre *).

Wie also, wenn einmal alle Untersuchungen über die Natur der Mathematik und der Philosophie überhaupt, bey Seite gesetzt, und die bisher darüber angestellten als ungeschehen angesehen würden; wenn man es sich zur Pflicht machte, nicht eher wieder über diese Wissenschaften im Allgemeinen zu urtheilen, bevor nicht das ganze Gebäude derselben vollendet

*) Ich kenne die Güte der Kantischen Definitionen von der Mathematik und Philosophie, und wüßte keine irgendwo gefunden zu haben, welche ich verleitet seyn könnte denselben vorzuziehen. Auch habe ich die Definition der Mathematik bereits vielleicht mehr als irgend jemand gepriesen und benutzt. Allein wenn ich nach aller Strenge urtheilen soll, so nehme ich selbst diese Definitionen nicht aus, und werde mich darüber in der Fortsetzung des Aufsatzes: Ueber den Begriff der Mathematik und ihre Theile, nebst Gedanken über das Verhältniß der Mathematik zur Philosophie weiter erklären.

daſtände; wenn man die wenigen und ſimpeln aber gleichwohl vollkommen ſichern und auch für uns untrüglichen Regeln aufſuchte, nach denen wahrſcheinlich die wirkliche Aufführung dieſes Gebäudes auf die Art vorgenommen werden könnte, daß man Cicero's Ausſpruch: Quis ignorat ii, qui mathematici vocantur, quanta in obſcuritate rerum, et quam recondita in arte et multiplici, ſubtilique, verſentur? *quo tamen in genere ita multi perfecti homines exſtiterunt ut nemo fere ſtuduiſſe ei ſcientiae vehementius videatur, quin, quod voluerit, conſecutus ſit*, auch auf die Philoſophen anwenden dürfte; und dann mit vereinter Kraft und von Wahrheitsliebe angetrieben und beſeelt ans Werk gienge?

So viel ich urtheilen kann, würde man auf dieſem Wege nicht nur die Mathematik und Philoſophie, ſo weit wir dieſelben bereits als reine Vernunftwiſſenſchaften kennen, ſondern beyde in einem weit größern Umfange und einer weit ſtärker reizenden Vollkommenheit finden.

Man würde die Mathematik nicht mehr als bloße Wiſſenſchaft aus der Conſtruction der Begriffe anſehen, und noch weniger dieſelbe in die

engen Grenzen der Größenlehre einschränken. Die Philosophie bliebe vielleicht keine für sich allein bestehende und an und für sich wichtige Wissenschaft; aber sie könnte dagegen auf einem unerschütterlichen Grunde ruhen, und wegen ihrer relativen Brauchbarkeit den Namen der Königinn der Wissenschaften verdienen. Doch ich kehre zu meiner Absicht zurück.

Da es mehr denn eine reine Vernunftwissenschaft giebt, so theilt die Mathematik die im Anfange dieses Aufsatzes gerühmten wichtigen Vorzüge mit den übrigen Töchtern ihrer Mutter, deren Anzahl jetzt unbestimmt bleiben mag. Wie viel fehlt uns noch zur vollkommenen Kenntniß der Kräfte unsers Geistes und ihrer Wirkungsart? Wie sehr hängen noch immer unsere Erkenntnisse von den Dingen außer uns bloß vom Zufalle ab? Wie selten sind diejenigen, die sich einer gänzlichen Ausbildung aller Kräfte ihres Geistes rühmen können? Gäbe es auch weiter keinen Grund zu behaupten, daß wir noch nicht im Besitz aller reinen Vernunftwissenschaften seyen, so fehlte es schon diesem allein nicht an Ueberzeugungskraft; wenigstens ist das offenbar, daß wir höchstens den Stamm des Baums

der reinen Vernunfterkenntnisse besitzen, und also dann erst hoffen dürfen, Früchte zu brechen, wenn derselbe Zweige getrieben haben wird.

Auf diese Art ist das Studium der Mathematik als reine Vernunftwissenschaft nothwendig, weil es das Studium der reinen Vernunftwissenschaften überhaupt ist; es muß uns ferner dasselbe um so angelegentlicher seyn, da wir dabey überzeugt seyn können, daß wir uns wirklich mit reiner Vernunftwissenschaft beschäftigen; und es wird unentbehrlich, wenn man bedenkt, daß die Mathematik die erste unter den reinen Vernunftwissenschaften ist, daß dieselben einander in natürlicher Ordnung voraussetzen, und daß daher Gebäude in ihrem Gebiete, die nicht auf Mathematik gegründet sind, Gebäuden gleichen, die bloß durch Stützen von außen gehalten werden. Freylich erreicht man durch die Mathematik allein das herrliche Ziel, welches den reinen Vernunftwissenschaften in Verbindung gesetzt ist, nicht, aber man nähert sich ihm, und setzt sich durch die Mathematik in den Stand, das, was man außer ihr braucht, selbst zu erwerben. Hierüber will ich mich nun ausführlicher erklären.

Die Art, wie sich die reine Vernunft thätig beweiset, steht der Aeußerungsweise des sinnlichen oder des Erfahrungserkenntniß=Vermögens gerade entgegen. Diesem müssen Gegenstände gegeben werden, jene schafft sie sich selbst; das sinnliche Erkenntnißvermögen fängt vom Zusammengesetzten, die reine Vernunft vom Einfachen an; jenes steigt vom Einzelnen zum Allgemeinen auf, diese vom Allgemeinen zum Besondern nieder; dem sinnlichen Erkenntnißvermögen sind wirkliche Dinge Ziel und die gedenkbaren Mittel, die reine Vernunft lebt in dem Gedenkbaren und erleichtert sich ihre Untersuchung durch selbst gemachtes Wirkliche; jenes muß von außen gereizt werden, und seine Aeußerungen hängen vom Zufalle ab, diese zwingt sich selbst, durch Wegwerfung alles dessen was außer ihr ist, zum Gebrauch ihrer Kraft, und wirkt bloß nach Regeln, die in der Natur der Seele gegründet sind; das sinnliche Erkenntnißvermögen hat einzelne und zufällige Dinge zum Gegenstande, die reine Vernunft das Allgemeine und Nothwendige. Läßt sichs denken, daß irgend jemands reines Vernunftvermögen nur zu einem mittelmäßigen Grade der Vollkommenheit gebildet

seyn könne, wenn er dasselbe nicht vom Anfang an durch alle Stufen geübt hat?

Das sinnliche oder Erfahrungserkenntniß-Vermögen ist ein Zusammengesetztes aus mehrern Fähigkeiten, die einander in einer gewissen natürlichen Ordnung voraussetzen, und zusammen erst ein vollkommnes Ganze ausmachen. Könnte man jede dieser Fähigkeiten auf die Art bilden, daß man dabey weiter nichts thäte, als

die Hindernisse wegräumen, welche sich ihrer Aeußerung entgegenstellen,

den Gebrauch derselben zum treibenden Bedürfnisse machen,

Gegenstände herbeyführen, wogegen sie sich wirksam beweisen könnten, und zwar

in einer solchen Ordnung und Stufenfolge, daß der wirkliche Gebrauch der Fähigkeiten mit keiner drückenden Anstrengung verbunden und jede Anwendung dagegen mit Fortschritten und glücklichem Erfolge verknüpft wäre;

und könnte man diese Bildung bey ganz rohen Seelen und von der allerersten ihrer Anlagen anheben: so würde jede von den Fähigkeiten des sinnlichen Erkenntnißvermögens schnell der

Voll-

Vollkommenheit sich nähern, und dabey jede niedere die auf sie folgende höhere wecken. Daß eine solche Ausbildung des sinnlichen Erkenntnißvermögens unsere Kräfte übersteige, giebt gewiß jeder zu; aber daß wir unsern Kindern, wenn wir ihnen in ihrer Kindheit und den ersten Jahren ihrer Jugend eine solche unserer Meynung nach vollkommene sinnliche Ausbildung geben könnten, dieselbe gleichwohl wegen des Schadens, den wir ihnen zufügen würden, nicht geben dürften, scheint vielleicht mehrern eine paradoxe Behauptung zu seyn, und wird sich gleichwohl kurz und ohne Mühe beweisen lassen.

Die eigentlichen Gegenstände des sinnlichen Erkenntnißvermögens machen nur einen Theil der Glieder in der Reihe der erkennbaren Dinge aus, und die übrigen sind bey weitem die wichtigern und edlern. Also bedürfen wir des Vermögens der reinen Vernunft, wenn unser Geist die Hoffnung haben soll, immer mehr und mehr das Ganze zu umfassen. Ferner stehe unser sinnliches Erkenntnißvermögen auf einer so hohen Stufe als man wolle, wenn wir uns nicht das Unmögliche als möglich denken, so ist Unvoll-

ständigkeit, Einseitigkeit, Ungewißheit und Irrthum von bloß sinnlicher Erkenntniß unzertrennlich. Auf diese Art könnten wir der reinen Vernunft sogar dann nicht entbehren, wenn es uns auch nur um vollständige, gewisse und richtige Erkenntnisse von sinnlichen Gegenständen zu thun wäre. Folglich ist die reine Vernunft eben so das größte und wichtigste Geschenk des Urhebers unsrer Natur, als es den Namen des edelsten und würdigsten verdient.

Aber auch dieses Geschenk ist uns bloß als Anlage ertheilt, und seine Vervollkommnung verlangt Wege, die den Wegen der sinnlichen Ausbildung, wenigstens dem Anfange nach, gerade entgegenstehen. Wäre es möglich, das Erfahrungserkenntniß-Vermögen ganz nach der vorhin beschriebenen Methode zu bilden und zu vervollkommnen, würde es dann auch noch möglich seyn, die reine Vernunft zu dem erforderlichen Grade der Vollkommenheit zu erheben? Wir fühlten vielleicht dann die Mangelhaftigkeit unserer Erfahrungserkenntnisse nicht einmal, und es fehlte also wohl gar an dem Mittel, das Streben nach reinen Vernunfterkenntnissen zum Bedürfniß zu machen. Wie wenn,

um Plato's Ausdruck zu gebrauchen, das Organ der Seele schon dadurch immer mehr ausgelöscht und geblendet würde, daß bloß von außen und nicht von der Seele selbst Einwirkungen auf dasselbe geschähen? Unwichtig scheint es mir nicht, was sich jeder durch Versuche bestätigen kann, daß das reine Vernunftvermögen, auch bey den besten Gelegenheiten zur Ausbildung der sinnlichen Erkenntnißfähigkeiten, gleichwohl desto schwerer erweckt, geübt, gestärkt und vervollkommnet wird, je später man damit den Anfang macht.

Freylich läßt sich jedes höhere Erkenntnißvermögen desto leichter erregen und ausbilden, je weiter die vor ihm hergehenden und zu eben der Art gehörigen niedern Fähigkeiten zuvor gebracht worden sind. Allein die reine Vernunft gehört mit dem Erfahrungserkenntniß-Vermögen nicht zu eben der Art, sie ist vielmehr von entgegengesetzter Natur.

Und nun sey es mir erlaubt, nach meiner Vorstellung mit wenigen von der Weisheit zu reden, welche der Urheber unseres Wesens bey der Anordnung der Mittel bewiesen hat, durch welche das reine Vernunftvermögen bey uns

gebildet und der Vollkommenheit näher gebracht wird.

Zuvörderst ist es möglich, ja es ist sogar leicht, das reine Vernunftvermögen ganz auf die Art zu bilden, wie überhaupt Geisteskräfte gebildet werden müssen, d. h. so, daß man weiter nichts thue, als die Hindernisse wegräumen, welche sich ihrer Aeußerung entgegenstellen, den Gebrauch derselben zum treibenden Bedürfnisse machen, und Gegenstände herbey führen, wogegen sie sich wirksam beweisen können, und zwar in einer solchen Ordnung und Stufenfolge, daß der wirkliche Gebrauch dieser Kräfte mit keiner Unlust erregenden Anstrengung verknüpft, und dagegen jede Anwendung mit Fortschritten und erfreuendem Erfolge verbunden sey. Man kann noch weiter gehen und sagen, daß es sich mit der Ausbildung der reinen Vernunft von selbst finde, wenn jemand nur frühzeitig genug und in der Ordnung der Natur zur Selbsterwerbung der reinen Vernunftwissenschaften geführt werde. Wenn er in dem Raume, der nach Wegdenkung alles dessen, was in die Sinne fällt, vom Punkte als von dem, was keine Theile hat, ausgeht; wenn er von diesem Ein-

fachen nicht anders als stufenweise und so viel als möglich continuirlich zum Zusammengesetzten fortschreitet; wenn er sichs dabey Gesetz macht, nirgends bey verworrenen und unvollständigen Kenntnissen stehen zu bleiben als so lange und sofern dasselbe unvermeidlich ist; und endlich, Einsichten von andern anzunehmen zu eigensinnig, und wenn man es so nennen will zu stolz, keine Erkenntnisse als sein Eigenthum betrachtet als diejenigen, welche er sich selbst erworben: so kann er sogar die erste unter den reinen Vernunftwissenschaften, die ganze Mathematik, für sich erfinden. Eine bessere Ausbildung des sinnlichen Erkenntvermögens und insbesondere der gemeinen Vernunft, als die meisten genießen, müßte freylich vorhergehen, und ein stark wirkender Umstand zur Beschäftigung mit den Gegenständen der reinen Vernunft hinziehen; aber das ist kein Einwurf gegen meine Behauptung. Reichten auch die angeführten Regeln nicht hin, alle Handleitung überflüssig zu machen, so sind sie doch hinlänglich, die nöthige Handleitung zu bestimmen. Wenn aber von Ausbildung und Vervollkommnung des reinen Vernunftvermögens durch Beschäftigung

mit den Vernunftwissenschaften die Rede ist, so kommt die Philosophie nicht in Anschlag, indem sie dem, was durch die Mathematik möglich ist, höchstens einen eben nicht sehr bedeutenden Zusatz hinzuzufügen vermag.

Zum andern! Angenommen, daß die Beschäftigung mit den reinen Vernunftwissenschaften und also auch die Ausbildung der reinen Vernunft mit der Erlernung der Mathematik anfange: so ist bekannt, daß die Elementar-Mathematik alle ihre Gegenstände in sinnlichen Constructionen betrachtet, und dabey in der Elementar-Geometrie natürliche, in der Arithmetik hingegen, wenigstens zur Hälfte willkührliche Constructionen gebraucht; so wie auch, daß die allgemeine Mathematik aus Begriffen schließet, und bloß zur Erleichterung ihrer Untersuchungen die Constructionen zu Hülfe nimmt. Also hat es der Urheber unserer Fähigkeiten zuvörderst so angeordnet, daß wir, wenn wir der Natur, auf die so vieles als auf eine Vertrauen verdienende Führerin hinweiset, folgen, bey der Ausbildung unsers reinen Vernunftvermögens, die ganz in unserer Gewalt steht, den wichtigsten Sinn, welchen wir haben, und

dessen rechte Ausbildung bey bloß sinnlichen Gegenständen für uns unmöglich war, auf die zweckmäßigste Weise zu brauchen, und also auch ihn nebenher aufs vollkommenste auszubilden gezwungen sind. Warlich eine deutliche Probe, wie der Allgütige uns öfters die Erreichung des Unwichtigern und weniger Wünschenswerthen durch tausend Schwierigkeiten unmöglich macht, um dadurch zum Streben nach dem Wichtigern und Edlern zu leiten, und dann die Erfüllung jener verfehlten Wünsche als eine Zugabe uns zu Theil werden zu lassen. Ist ferner das Auge noch nicht durch Uebung zu dem Grade der Vollkommenheit gebracht worden, den es haben kann und haben soll: so entdeckt sich dieser Mangel bey einer natürlichen Leitung in der Elementar-Geometrie dadurch, daß sich das reine Vernunftvermögen nicht von selbst wirksam beweiset, ob ihm gleich die Gegenstände, wobey es sich äußern sollte, nahe genug gebracht worden sind. Auf diese Art läßt sich bey der Beschäftigung mit der Elementar-Mathematik, und zwar immer früh genug, jede stattgefundene Versäumniß bey der Ausbildung des wichtigsten unsers Sinnes, d. h. desjenigen, wovon haupt-

sächlich die Beschaffenheit des ganzen sinnlichen Erkenntnißvermögens abhängt, wahrnehmen und erkennen; und hat man sie erst erkannt, so ist die Nachholung und Ersetzung des Versäumten mit wenig Schwierigkeiten und Mühe verbunden. Endlich ist es stufenweise Entwöhnung vom Sinnlichen, dessen wir in unserm gegenwärtigen Zustande nie ganz entbehren können, wenn die Elementar-Mathematik in der Arithmetik die natürlichen Constructionen gegen, einem großen Theile nach, willkührliche Zeichen vertauscht, und die ganz willkührlichen der auf sie folgenden allgemeinen Mathematik überläßt.

Drittens ist die Stufenfolge in der Mathematik, wenn sie als reine Vernunftwissenschaft dasteht und behandelt wird, von der Art, daß das, was das Folgende dem unmittelbar Vorhergehenden zusetzt, einfach genug ist, um jedesmal mit seinem Beweise zugleich erkannt zu werden; und daß dabey jeder Schritt, den man in dem Gebiete dieser Wissenschaft thut, Kraft ertheilt, den nächsten Schritt leichter und mit größerer Fertigkeit zu thun oder ihn zu vergrößern. Nimmt man dazu, daß die Mathematik von dem anfängt, was sich ganz den Sinnen

darstellen läßt, und demungeachtet bey dem Transcendenten endigt: so muß man zugeben, daß durch das Studium der Mathematik, dessen Hauptentzweck Erweckung, Uebung, Ausbildung und Vervollkommnung der reinen Vernunft ist, nebenher auch alle sinnliche Erkenntnißvermögen, bey welchen dergleichen nothwendig ist, auf das natürlichste und vollkommenste gebildet werden. Wichtig ist der Umstand, daß diese Ausbildung nebenher geschieht. Denn einmal ist es dabey nicht nöthig, über der Ersetzung des Versäumten die Hauptsache aus den Augen zu verlieren. Zweytens sind Vortheile, welche man gleichsam als Zugabe erhält, wenn sie die Wichtigkeit haben als die, von denen geredet wird, ein kräftiger Antrieb, die Quelle, woraus sie fließen, sich immer mehr zu bereiten; und endlich sind die sinnlichen Erkenntnißfertigkeiten von der Art, daß sie durch gelegentliche Uebungen allemal weit leichter als durch absichtliche in dem gehörigen Grade der Vollkommenheit erworben werden können.

Dadurch endlich, daß die Mathematik vom Einfachen in der natürlichsten und leichtesten Ordnung stufenweise fortschreitet, wird es dem,

der sie auf die rechte Art und nach der wahren Methode erlernt, möglich, die ganze Summe der Vernunfterkenntnisse, die er sich erwirbt, nicht isolirt, sondern als ein vollkommnes Ganze zu besitzen. Eben deswegen erweitert und verstärkt sich sein Blick, je weiter er in der Mathematik kommt; darin liegt die Quelle, daß das Fortrücken in dieser Wissenschaft ununterbrochen mit Kraftvergrößerung verbunden seyn kann. So ist es aber auch möglich in dem Gebiete der Mathematik von jedem Orte ohne Anstoß und schnell nach jedem andern sich zu begeben, selbst das Aufschwingen vom Sinnlichen zum Transcendenten und umgekehrt braucht keine Schwierigkeiten zu finden. Welche Vortheile fließen daher für die Erhöhung und Vervollkommnung unserer gesammten Erkenntnißvermögen!

Und hieraus ist offenbar, daß das Studium der Mathematik als reine Vernunftwissenschaft nothwendig, im höchsten Grade wichtig, ja unentbehrlich sey

einmal schon dem, dessen Hauptziel Erfahrungserkenntnisse sind.

Die Natur der Gegenstände, welche die Objecte dieser Erkenntnisse ausmachen, bringt es so mit

sich, daß keine Erfahrungserkenntniß weiter als bloß für den Fall und für die Umstände, unter welchen man sich dieselbe erworben, ganz passend seyn kann; so wie sich der Fall, die Umstände ändern, müssen auch die erworbenen Kenntnisse diesen Veränderungen gemäße Modificationen erfahren. Folglich ist Fertigkeit nöthig, auch jede Erfahrungserkenntniß, welche man sich erwirbt, nicht bloß ihrem Inhalte sondern auch ihren Quellen und den Umständen nach, unter welchen sie wirklich geworden, zu überblicken und zu durchschauen; und noch mehr die, jeden Gegenstand, dessen Erkenntniß uns Bedürfniß ist, in dem Augenblicke, da dieses statt findet, mit allen seinen Verbindungen so ins Auge zu fassen, daß er seine verschiedenen Seiten entfalte, und gleichsam entwickelt unserm Blicke sich darstelle. Es klingt partheiisch, wenn ich behaupte, daß man dem Studium der Mathematik als reine Vernunftwissenschaft diese Fertigkeiten verdanken müsse, wenn man sie im möglich, höchsten Grade besitzen und auf den leichtesten und kürzesten Wegen sich erworben haben will, und doch ist es volle Ueberzeugung, welche mich dieses zu behaupten zwingt. Ich

kenne auch die übrigen Wege, allein es ist hier nicht der Ort zu zeigen, wie unsicher die meisten und wie zweckwidrig sogar mehrere von ihnen sind. Noch unentbehrlicher aber ist das Studium der Mathematik als reine Vernunftwissenschaft

zum andern dem, dessen Vorsatz es ist, das Feld der reinen Vernunftwissenschaften außer dem Theile, der der Mathematik angewiesen ist, zu bebauen.

Der Theil des Feldes der reinen Vernunftwissenschaften, welcher der Mathematik zugehört, grenzt unmittelbar an das Gebiet des Sinnlichen. Man kann sich freylich auch aus dem Reiche der Sinnlichkeit in das Land der Philosophie versetzen lassen, ohne das Besitzthum der Mathematik zu berühren; die Maschinen, welche dazu erfordert werden, haben wir unsern Vorfahren zu danken. Aber daß man dann eine lange Zeit nicht wisse, wo man sey, daß man sich gezwungen sehe, zu tappen, wo man suchen, und zu rathen, wo man, durch untrügliche Regeln geleitet, finden sollte, daß man vielleicht zeitlebens den Rückweg aus den Gegenden, in welchen man herumirrt, nach seinem Vater-

lände vergebens suche; davon kann sich jeder überzeugen, der in dieser Absicht die Geschichte der Philosophie studiren will. Zur glücklichen Betreibung der Wissenschaften der reinen Vernunft außer der Mathematik, wird eine ausgebildete reine Vernunft, und ich glaube hinzusetzen zu können, auch vollendete Ausbildung unsers ganzen sinnlichen Erkenntnißvermögens erfordert; und wie soll man diese erhalten, wenn man das einzige Mittel dazu verschmäht oder doch vernachlässiget. Daß man Mathematik treiben könne, ohne die erwähnten Vortheile in ihrem wahren Umfange zu erfahren, ist freylich wahr; aber auch das, daß die Mathematik höchst selten als reine Vernunftwissenschaft getrieben wird.

Was drittens diejenigen betrifft, welche sich den gelehrten Disciplinen zu widmen beschlossen haben, so haben diese ganz recht, wenn sie die reinen Vernunftwissenschaften überhaupt, und also auch die Mathematik, nicht unter die Brodstudia zählen. Wenn man die edle Genügsamkeit besitzt, daß man von den zahllosen und großen Belohnungen, womit die Wissenschaften ihren wahren Verehrern die auf sie verwandte

Zeit und Mühe aufs reichlichste ersetzen, bloß so viel haben will, als jeder noch so geringe Handwerker von seinen Fertigkeiten, bey einiger Redlichkeit im Gebrauche derselben, oft noch viel leichter haben kann: so ist es nicht nöthig, sich aus dem Gebiete der gemeinen Kenntnisse zu begeben, und man kann sogar in seinem Fache einem glänzenden Sterne gleichen, wenn man sich nur fleißig von den Besuchern der übrigen Länder erzählen läßt. Auch ist es despotisch, aus unversiegbaren und in Strömen sich ergießenden Quellen andere nicht schöpfen lassen, sondern durch Unterweisung und Beyspiel sie bloß in den Stand setzen zu wollen, sich selbst ähnliche Quellen zu graben; und Neid, seine Schätze nicht bloß nicht mitzutheilen, sondern selbst nicht einmal ganz zu zeigen, als bis sich der, welcher sie zu sehen und Theil daran zu nehmen wünscht, dieselben selbst erworben hat. Wenn daher so manche behaupten, daß ohne den Besitz und rechten Gebrauch der reinen Vernunftwissenschaften überhaupt, alle in den gelehrten Disciplinen erworbene Kenntniß einem großen Theile nach höchst mangelhaft sey; hier bloßer Wörterkram, dort weiter nichts als ab-

gezogene und eben deswegen unbrauchbare sinnliche Erkenntniß, hier mit Ungewißheit und Dunkelheit, dort selbst mit Irrthümern vermischt, jetzt einseitig und schielend, dann aus unrechten Quellen geschöpft, allemal aber bloß geborgtes Gut, nie wirkliches unbestreitbares Eigenthum: so haben diese offenbar weiter nichts als die Natur der Sache für sich, und dürfen sich daher nicht wundern, wenn ihre strengen Forderungen bloß von denen nicht verlacht werden, die unglücklich genug sind, nicht bey der Oberfläche der Dinge stehen bleiben zu können.

Alles, was ich bis jetzt gesagt habe, betrifft bloß formellen Nutzen, und reicht hoffentlich gleichwohl hin, die Unentbehrlichkeit des Studiums der Mathematik als reine Vernunftwissenschaft für jeden außer Zweifel zu setzen, dem es um gründliche, gewisse, vollständige und brauchbare Erkenntnisse und Fertigkeiten zu thun ist. Nöthig ist es nicht, daß ich dabey stehen bleibe; auch der materielle Vortheil, welchen dieses Studium gewährt, bietet mir Gründe an. Sollte es schaden, wenn ich auch hiervon kürzlich so spräche, als mir die Sache erscheint?

Ich theile die reine Mathematik ein in die Elementar-Mathematik und in die allgemeine. Nach dem, was ich im zweyten Stücke dieser Beyträge über den Begriff der Mathematik und ihre Theile gesagt habe, hätte ich vielleicht nicht nöthig, hierüber weiter ein Wort zu verlieren, wenn mir dazu nicht Hrn. Schulz Anfangsgründe der reinen Mathesis durch die dreiste, aber, so viel ich urtheilen kann, durchaus falsche Behauptung eine neue Gelegenheit gäben: die allgemeine Mathematik bestehe außer der allgemeinen Addition und Subtraction bloß in der Wissenschaft der Zahlen. Es ist freylich wahr, daß ich, wenn ich von der gewöhnlichen positiven Erklärung des Wortes Wissenschaft ausgehen, dabey die Mathematik bloß als Größenlehre mir gedenken, und das Allgemeine lediglich auf dem Wege der gemeinen (nach der Theorie allerdings vollkommensten) Abstraction finden soll, ebenfalls nicht anders urtheilen kann als Hr. Schulz in der angeführten Behauptung. Aber sollte ich Unrecht haben, wenn ich behauptete: Keine Definition verdiene ganz diesen Namen als die negative, und jede andere nur in sofern, als sie negativ wäre? wenn ich

dazu

dazu setzte: Man müsse keine Definition brauchen wollen, um aus ihr und durch sie unmittelbar den Gegenstand derselben kennen zu lernen, und noch weniger eine positive Erklärung einer Sache, um ihre Grenzen oder Umfang zu bestimmen? Sollte ich ohne Gründe handeln wenn ich sagte: die Vorstellung, nach welcher die Mathematik weiter nichts seyn soll, als Größenlehre, habe lediglich dem schwankenden Begriffe einer großen Menge unter den Mathematikern von ihrer eigenen Wissenschaft zu danken? Und verriethe es etwa Mangel an Kenntniß der Logik und ihrer wahren Beschaffenheit, wenn ich allgemeine, angewandte und praktische Logik nicht mit einander vermengte, sondern sorgfältig von einander unterschiede? So viel hier, wenn etwa das am angeführten Orte über die Theile der Mathematik Gesagte einem und dem andern noch problematisch erscheinen sollte.

Die Elementar-Mathematik hat ferner die allgemeinen von der Erfahrung unabhängigen Objecte zum Gegenstande, welche sich in sinnlichen, jenen allgemeinen untergeordneten, Objecten darstellen und untersuchen lassen. Dieses Um-

standes und dieser Beschaffenheit wegen bedarf die reine Vernunft zur Erfindung der Elementar-Mathematik keiner Propädevtik, sondern sie kann, nach Wegräumung der Hndernisse, die ihrer Wirksamkeit entgegenstehen, oder der Dinge und Umstände, welche sie davon zurückhalten könnten, sogleich an das System selbst Hand anlegen. Aber schon während der Aufführung des Gebäudes der Elementär-Mathematik lassen sich

einmal die Mittel, wodurch wir unser reines Vernunftvermögen zwingen, sich gleichsam an den Ort hinzustellen, wo es sich wirksam beweisen kann, und die gehörige Richtung anzunehmen,

zum andern die Kunstgriffe, wodurch es die Objecte, welche den Stoff ausmachen, den seine Natur fordert, wenn es sich thätig erzeigen soll, entstehen läßt, und zwar in einer Ordnung und Stufenfolge, die, so sehr sie sich ungesucht darbietet, von keiner Kunst verbessert werden kann,

drittens die Art und Weise wie es verfährt, diese Objecte so zu bereiten, daß sie sich gleichsam von selbst entfalten, und alles,

was bey ihnen bemerkenswerthes sich findet, der gebildeten Wahrnehmungskraft nahe legen,

bemerken; und wenn dieses vom Anfang an bis zur Vollendung des zu errichtenden Gebäudes an eben so zahlreichen als mannigfaltigen und je weiter hin desto reizendern und belehrendern Beyspielen geschehen ist: so heischt es die Wichtigkeit der Sache die zerstreuten Bemerkungen zu sammlen und zu einem Ganzen zu ordnen. Betrachtet man auch die Elementar-Mathematik bloß als Größenlehre, so muß dies Geschäft als eine sehr undankbare Bemühung, und wer weiß ob nicht gar in Lachen erregender Gestalt, erscheinen; läßt man aber jene Wissenschaft das seyn, was sie als erster Haupttheil der ersten reinen Vernunftwissenschaft seyn kann: so gelangt man höchst wahrscheinlich entweder auf dem beschriebenen Wege zu einem Organon der reinen Vernunft *), oder wir müssen die Hoffnung dazu, und mit ihr auch die Hoffnung zu allem, was außer der Mathematik von der rei-

*) S. Hrn. Kants Critik der reinen Vernunft, zweyte Auflage, S. 24. 25.

nen Vernunft hervorgebracht werden kann, aufgeben.

Die Kenntniß, welche man sich nach dem Vorhergehenden bey und durch die Elementar-Mathematik von der reinen Vernunft, ihrer Natur, Vermögen und Wirkungsart erwerben kann, ist allerdings schon von großem Umfange, und unter andern auch deswegen sehr wichtig, weil sie, auf diesem Wege erlangt, eben so intuitiv als gewiß ist. Allein da die Elementar-Mathematik die der Mathematik überhaupt unterworfenen Gegenstände bloß nach solchen Merkmalen betrachtet, welche Objecte der Anschauung sind: so wird für diese Kenntniß von der reinen Vernunft ein großer und im höchsten Grade schätzbarer Zuwachs durch die allgemeine Mathematik möglich. Es unterscheidet sich nemlich die allgemeine Mathematik von der elementarischen dadurch, daß darin die Gegenstände der Mathematik überhaupt, nach solchen Merkmalen gedacht und in denselben untersucht werden, welche der Verstand durch Vergleichung findet. Daß eine allgemeine Mathematik möglich sey, die viel weiter als die Wissenschaft der

Zahlen sich erstrecke *), daß dieselbe auf Wegen, welche der Elementar-Mathematik ganz unbetretbar sind, mit den mathematischen Wesen sich beschäftige, daß sie meistens durchaus neue Quellen sich bereite, und mit einem viel mehr umfassenden und tiefer eindringenden Blicke spähe als die Elementer-Mathematik, läßt sich hieraus sehr leicht ableiten. Aber räumt man dieses ein, so muß man auch zugeben, daß sich die reine Vernunft in der allgemeinen Mathematik in weit größerm Glanze zeige, und daß bey und durch diese Wissenschaft die Kenntniß von der Natur, Stärke, Umfang und Wirkungsart dieses herrlichen Vermögens in einem bewundernswürdigen Grade erweitert werden müsse.

Und doch gelangt man auch hierdurch noch nicht auf die höchste Stufe der Kenntniß von der reinen Vernunft, denn noch ist reine Mechanik als ein Theil der reinen Mathematik zurück, und Einwurf kann es nicht seyn, daß dieser Theil in Ansehung der erfahrnen Bearbei-

*) In diese engen Grenzen hat nemlich erst ganz kürzlich Hr. Schulz die allgemeine Mathematik einschließen wollen.

tung den übrigen nachsteht. Noch weniger kann man Hrn. Schulz beypflichten, wenn derselbe in seinen Anfangsgründen der reinen Mathesis sagt: Da der Raum selbst und alle seine Punkte in ihm unbeweglich sind; so ist die Beweglichkeit schon eine Qualität der Materie, die bloß aus der Erfahrung erkennbar ist, mithin ist die Wissenschaft von der Bewegung schon Anwendung der Arithmetik und Geometrie auf wirkliche Gegenstände, nemlich auf das materielle Bewegliche im Raume, und wird daher auch gewöhnlich zur angewandten Mathesis gerechnet.

In der Elementar- und allgemeinen Mathematik sind es, vom Anfang der Elementar-Geometrie an bis zu den uns unerreichbaren Grenzen der transcendenten Mathematik, die Punkte, wodurch *) wir den Wesen, welche die Welt des Mathematikers ausmachen, für die reine Vernunft Entstehung und Daseyn ge-

*) Ich befürchte nicht, daß mir jemand dieser Behauptung wegen die Meynung beylegen werde, als entständen alle mathematische Gegenstände aus Punkten, und wären also auch insgesammt aus dergleichen zusammengesetzt und in selbige auflösbar; wenigstens würde ich in diesem Falle

ben; und die Eigenschaften, wodurch diese Wesen sich auszeichnen, das Ziel, nach welchem wir streben. In der reinen Mechanik schaffen wir dieselben nicht mehr, denn sie sind da, weil Elementar= und allgemeine Mathematik vor der reinen Mechanik vorhergehen; aber wie sie durch Punkte von der reinen Vernunft hervorgebracht sind, ist noch unbekanntes Land, und dessen Entdeckung, Untersuchung und Beschreibung das Geschäft der genannten Wissenschaft. Welche reiche Erndte lacht also auch hier, obgleich noch immer aus der Ferne, demjenigen entgegen, dessen Wahrheitsdurst rastlose Forschbegierde erzeugt hat, und durch Schwierigkeiten nur brennender und unwiderstehlicher wird!"

Wie ferner, wenn sich die wirklichen Gegenstände, oder die Erfahrung, in welcher sie allein als gegebene Gegenstände erkannt werden, nach den Formen richtete, welche die reine Vernunft, nachdem sie zuvor durch Erfahrung möglich ge=

schwerlich Lust bekommen, ihm seinen Irrthum zu nehmen. Umrisse können nur von dem verstanden und recht und mit Nutzen gebraucht werden, der den entworfenen Gegenstand selbst durch eigenes Anschauen kennt.

macht, geweckt und vorbereitet worden, unabhängig von der Erfahrung, und aus und durch sich selbst, zubereitet hätte und zubereiten müßte? Ließe sich dieses beweisen, so wäre auch vollständige, deutliche und gewisse Erkenntniß dieser Formen das wichtigste Ziel eines jeden, dem es um vollständige deutliche und gewisse Erkenntniß von den wirklichen Dingen zu thun wäre. Aber woher sollen wir diese Formen nehmen? Etwa nach Anleitung dieses oder jenen Kennzeichens herumtappen, und laut uns glücklich preisen, wenn wir so, gleich der blinden Taube, bald hier bald da finden? Wer sichert uns dabey vor der Gefahr der Täuschung? Und täuschten wir uns auch nicht, wäre das, was wir fänden, für sich auch noch so vollkommen, ist es deswegen dasselbe auch sogleich für uns? Und wie viel und in was für einer Ordnung läßt sich auf diese Art finden? „Die Philosophie ist die Wissenschaft der Formen; sie also auch die Quelle, aus welcher wir schöpfen müssen.“ Es kann seyn, daß dieser Begriff nicht zu eingeschränkt ist; aber was hilfts, an der Quelle stehen, ohne Schöpfwerkzeuge und Kraft zu schöpfen zu haben? — Ist die Philosophie

Wissenschaft der Formen, von welchen ich rede, so ist sie auch ein Resultat der Mathematik, als reine Vernunftwissenschaft nemlich diese betrachtet, was durch eine leichte und von der Mathematik selbst überflüssig vorbereitete Abstraction hervorgehen kann.

Ich kann hier nicht länger verweilen, sonst redete ich noch von den Vorzügen der Formen-Erkenntniß, wenn sie durch Mathematik erworben worden ist, in Ansehung der Vollständigkeit, Ausführlichkeit, Anschaulichkeit, Geschmeidigkeit und unbegrenzten Brauchbarkeit; lauter Punkte, davon jeder Stoff zu einer weitläuftigen Abhandlung gäbe.

Aber vielleicht sind wir vermögend, uns noch höher aufzuschwingen. Oder haben es, nicht Einer sondern viele nach einander, schon versucht, mit Beobachtung des so heilsamen festina lente alle untern Stufen, von der niedrigsten an, fest entschlossen nie stehen zu bleiben sondern immer höher zu klimmen, zu betreten? Welches sind diese Stufen? in was für einer Ordnung folgen sie auf einander? Was für Verstärkung der Kraft ist mit jeder Besteigung

einer höhern verbunden? wie nimmt die Schnelligkeit zu, mit welcher man aufsteigt?

Ich habe bloß einen matten Umriß versprochen, und Mangel am Platze nöthiget mich, ihn außerdem auch unvollständig vorzulegen. Ich muß abbrechen, um von der Nothwendigkeit des Studiums der Mathematik als reine Vernunftwissenschaft auf Schulen, von der Beschaffenheit eines zu diesem Endzwecke eingerichteten Lehrbuchs der Mathematik und von der Art und Weise seines Gebrauchs ein Paar Worte hinzufügen zu können.

Daß auch auf Schulen oder schon auf Schulen das Studium der Mathematik nothwendig sey, will ich, überhaupt genommen, nicht weiter zu beweisen suchen, wenn das Vorhergehende solches noch nicht überzeugend genug darzuthun im Stande seyn sollte. Auch davon will ich nichts mehr sagen, daß der Anfang mit diesem Studium früh gemacht werden muß, wenn dasselbe zweckmäßig eingerichtet und weder zu schwer noch unangenehm werden soll. Aber dagegen diese Frage: Wann sollte auf Schulen, wo Jünglinge zur Erlernung der

Wissenschaften vorbereitet werden, das Studium der Mathematik so weit vollendet seyn, daß allenfalls alle fernere mündliche Unterweisung ohne Nachtheil wegfallen könnte? Es lassen sich darauf verschiedene Antworten geben; z. B.: Wenn der Anfang mit dem philosophischen Lesen der alten Autoren, oder des Studiums der philosophischen Geschichte zu machen ist; ich denke aber eben so richtig sagen zu können: spätestens im achtzehnten Jahre der Jünglinge, und wenigstens zwey Jahre vorher, ehe sie die Academie bezögen. Von den vielen Gründen, die mich so zu urtheilen bewegen, setze ich nur einen her. Was kann der theoretische und allgemeine Unterricht, welcher Jünglingen auf Academien ertheilt wird, denselben für Nutzen schaffen, wenn sie nicht die Fertigkeit mitbringen, das gehörte Allgemeine durch mehrere Stufen ins Specielle herabzuführen, und so sich anschauliche Vorstellungen davon zu erwerben? wenn sie, der Kenntniß der Formen beraubt, eben dieses Allgemeine weder aufzufassen und festzuhalten, noch zu prüfen und ihrer eigenen Denkart anzupassen vermögend sind? wenn sie nicht gelernt haben, die mitgetheilten Resultate

anderer, anstatt sie bloß in Worten anzunehmen, und dürftig verstanden dem Gedächtnisse einzuprägen, hauptsächlich zur eigenen Aufsuchung und Selbstbenutzung der Quellen zu gebrauchen, aus welchen sie geschöpft worden, und von jedem geschöpft werden müssen, der sie sein nennen will? Was helfen überhaupt Jünglingen noch so viele Kenntnisse, wenn sie dabey nicht Kraft, Geschicklichkeit und Fertigkeit erlangt haben, sich diejenigen, welche sie als Männer nöthig haben, selbst zu erwerben, und von andern mitgetheilte zu prüfen und in ihr Eigenthum zu verwandeln? Als Kind denkt man wie ein Kind; die Kenntnisse und Vorstellungen unserer Jugend hören auf hinlänglich und brauchbar zu seyn, wenn wir Männer werden; ist Uebung und Verstärkung der Geisteskraft nicht Haupt- und letzter Endzweck, so bildet frühe Beschäftigung mit dem, was der Mann wissen muß, im Allgemeinen nur flache Köpfe, die alles einzusehen vermeinen, und nicht fähig sind, den Werth wahrer und tiefer Einsichten zu fühlen. Ueberhaupt scheint mir die rechte Grenzlinie, welche Schulen und Universitäten trennt, die zu seyn, daß auf Schulen auf Uebung der

Geisteskräfte als das Hauptziel hingearbeitet, und auf Universitäten die Resultate vorgezeigt und mitgetheilt werden, welche nach der Schule jeder in seinem Fache vermittelst geübter Geisteskräfte selbst finden sollte.

Was ein Lehrbuch der Mathematik für Schulen betrifft, so kenne ich unter der zahllosen Menge von Compendien, davon ein beträchtlicher Theil gut, und nicht wenige, nach ihrer Absicht beurtheilt, vortreflich sind, keins, welches diesen Namen verdiente, als Euclides Elemente. Unübertreflich so weit sie reichen, muß es der Schullehrer bedauren, daß sie nicht durch die ganze Mathematik fortgeführt sind. Daß sie nur die Hauptsätze enthalten, nicht die ganze Gedankenreihe, bey welcher die Mathematik durchaus als reine Vernunftwissenschaft, und mit allen ihren oben gerühmten Vorzügen in die Augen fällt, ist wahr; aber dieser Mangel kann von jedem denkenden Kopfe ersetzt werden. Ich habe eine Probe mitgetheilt, wie ich jetzt den Euclides bearbeite, und mit den gedachten Ergänzungen herauszugeben mir vorgenommen habe. Wer von mir glauben könnte ich dächte, es würden durch meinen Euclides alle die For-

derungen erfüllt werden, welche man an ein Lehrbuch der Mathematik für Schulen thun kann; der würde sich irren. Mehr darf ich nach den Vorbereitungen, welchen ich mich unterzogen, und bey dem anziehenden Reize, welchen diese Arbeit für mich hat, zu leisten hoffen, als vor mir geschehen ist; auch unterstützet mich dazu die Lage, in welcher ich bin, und ich werde nichts unterlassen, was dienlich seyn kann, sie mir noch nutzbarer zu machen. Aber wenn gleich die Erzeugung des Baums der ersten unter den reinen Vernunftwissenschaften aus einem Samenkorne, und die Wartung und Pflege desselben, bis er mit Früchten geschmückt weitschattende Zweige verbreitet, zumal nach den so zahlreichen und schätzbaren Vorarbeiten so vieler und darunter der größten Köpfe, keine übermenschliche Kräfte erfordert: so ist es gleichwohl vorzüglich die Hoffnung und der Wunsch, von andern fortgesetzt und vollendet zu sehen, was ich angefangen haben werde, was mich dies Unternehmen zu wagen Muth einflößt. Was etwa mein Lehrbuch für Unterscheidungen bekommen werde, mag sich selbst zeigen, wenn es da seyn wird; das einzige, was ich zum voraus

sagen kann, ist: Ich werde aus allen Kräften streben, der Wichtigkeit der Sache nichts ganz unwürdiges zu liefern.

Aber es sey ein Lehrbuch der Mathematik beschaffen wie es wolle, so kommt es bey dem Nutzen, den es stiften soll, noch immer vorzüglich auf den Gebrauch an. Ein Methodenbuch dazu könnte sehr kurz seyn. Dem Lehrer muß nicht daran gelegen seyn, ob seine Schüler viel oder wenig lernen; ob sie das, womit sie sich beschäftigen, auf dem rechten Wege lernen, darin besteht seine einzige Sorge. Dies ist die erste Regel. Nach ihr kommt es auf den Grundsatz an: Reine Vernunftwissenschaften müssen nicht gelehrt, sondern von dem erfunden werden, der sie lernen soll. Für den Lehrer, der in dem, wozu er seine Schüler leiten soll, selbst erworbene, deutliche und vollständige Kenntnisse hat, und durch Uebung sich einige Fertigkeiten in der Unterredungs-Methode erworben hat, ist dies genug; das was er außerdem braucht, wird sich ihm, wenn er seine Pflicht mit Redlichkeit und also ganz zu erfüllen ernstlich wünscht, von selbst und ungesucht darbieten. Darf ich hinzusetzen, daß es vieljäh-

rige Erfahrungen sind, welche mich dieses Urtheil fällen lassen? Erlaubte man es, so fügte ich noch bey: daß der Lehrer der Mathematik, der jene Regeln gefaßt, und sich die Beobachtung derselben durch einige Jahre Uebung geläufig gemacht hat, von diesem Zeitpunkte an seine Beschäftigung mit der Jugend nicht mehr als Arbeit betrachten, sondern darin nach Arbeiten seine Erholung, und selbst bey jeder Laune, die er etwa haben mag, Vergnügen finden wird. Der Anblick sich entfaltender Knospen reizt, aber der herrlichste, prachtvollste Anblick der körperlichen Natur weicht verdunkelt zurück, wenn zur Unvergänglichkeit erschaffene Pflanzen im Schmucke der selbstthätigen Entwickelung sich darstellen.

Also ohne mich weiter darauf einzulassen, wie ein vollkommen zweckmäßig eingerichtetes Lehrbuch der Mathematik für Schulen gebraucht werden müsse, will ich den noch übrigen Raum dazu anwenden, kürzlich zu zeigen, wie ich bisher mein Lehrbuch in der dritten und zweyten Classe des Berlinischen Gymnasiums gebraucht habe.

In der dritten Classe bin ich bis zum Anfang des Julius so weit fortgerückt, daß ich den

sechsten

sechsten Satz bis zur Repitition; in der zweyten so weit, daß ich die Lehre von der Gleichheit der ebenen geradlinigen Figuren bis zur Lehre von den Parallellinien zurückgelegt habe. Da ich meine Verfahrungsart nicht vom Anfang an bis zu Ende ausführlich darlegen, sondern nur ein und das andere Beyspiel davon geben will: so wird es mir hoffentlich erlaubt seyn, mich nicht an die chronologische Ordnung zu binden.

Also die letzte Stunde in der dritten Classe war Repetitions-Stunde, und eine nicht angenehme Stunde für die Gymnasiasten, doch so, daß sie ihnen nach einigen von den folgenden Stunden, weil der größte Theil von ihnen wahre Lernbegierde besitzt, lieber als viele andere seyn wird. Von meinem Lehrbuche bekommt die dritte Classe nichts in die Hände, auch darf Niemand während des Unterrichts irgend etwas aufschreiben, denn es ist bey mir strenges Gesetz, daß der bloße Anfänger in der Mathematik kein Buch brauchen müsse, weil er noch nicht die Geschicklichkeit besitzt, dasselbe recht zu brauchen *). Ich war in der vorhergehen-

*) Aber wer kanns, sagt man vielleicht, dem Schüler verwehren, daß er nicht zu Hause das Lehr-

den Stunde mit dem Beweise des sechsten Satzes fertig geworden, und alles war von den meisten so begriffen worden, daß bey einer gewöhnlichen Repetition von zehn Fragen höchstens eine unbeantwortet gelassen seyn würde. Allein meine

buch brauche? Ich antworte: der Lehrer kann ihn wenigstens davon zurückhalten, und das ist genug. Er kann und muß es im Anfange *sagen*, daß man sich durch das Lesen mathematischer Bücher, ehe man die Geschicklichkeit besitze, sie recht zu lesen, die Erlernung der Mathematik erschwere; daß man diese Geschicklichkeit nicht eher als nach Erlernung eines Theils der Mathematik haben könne; daß von Anfängern in der Mathematik anfänglich nichts weiter gefordert werde, als Wille zu lernen; und daß es dem Lehrer leicht sey, bey der Unterredung aus den gegebenen Antworten zu erkennen, ob hiernach gehandelt sey oder nicht. Ist dies geschehen, und wird nur einmal, wenn der darauf gegründete Rath, oder auch Befehl, nicht befolgt worden ist, dem Uebertreter desselben, durch weitere Entwickelung erfordernde Fragen, zu empfinden gegeben, von was für Art und Beschaffenheit das ist, was man zur Unzeit aus Büchern oder von andern annimmt: so hat es wegen der fernern Uebertretung eben nicht viel zu sagen.

erste Frage war: „Was folgt heute?“ und die Antwort darauf: Das wissen wir nicht. „Und solltet es wissen!“ — „Womit beschäftigen wir uns jetzt?“ Mit den geradlinigen Figuren. „So weit seyd ihr schon, daß ihr euch mit den geradlinigen Figuren beschäftigen könnt? Was habt ihr denn von den geradlinigen Figuren gehabt?“ Daß in einem gleichschenkligen Dreyecke die Winkel über der Grundlinie, und wenn man die Schenkel verlängert, auch die Winkel unter der Grundlinie gleich sind. „Also könnt ihr noch nicht einmal Eine geradlinige Figur von geradlinigen Figuren unterscheiden? Haben wir bis jetzt schon von geradlinigen Figuren überhaupt geredet, oder nur gewisse bestimmte geradlinige Figuren betrachtet?“ Mit ebenen Figuren. „Das war eine Antwort wie die: In Deutschland, wenn ich fragte, wo Potsdam liege; also unter uns gesagt, eine einfältige.“ — Auf diese Art dauerte die Unterredung eine Zeitlang fort, und konnte wohl schwerlich den Gymnasiasten angenehm seyn, da ich noch keinem den Vorwurf hatte machen können, er habe nicht seine Pflicht gethan. Nun zeichnete ich die 13te Figur an die Tafel,

und fragte: ob wir schon mit der Untersuchung dieser Figur zu Ende gekommen wären? Da auch hier mit dem Geständnisse der Unwissenheit geantwortet wurde, so setzte ich die Unterredung auf folgende Weise fort. „Wie viel Dreyecke stellt uns diese Figur dar?“ Achte. „Was haben wir bisher dabey betrachtet?“ Erst haben wir uns jedes Dreyeck einzeln nach seinen Stücken deutlich vorzustellen gesucht, und dann je zwey und zwey mit einander verglichen. „Wie weit sind wir in dieser Vergleichung gekommen?“ Bis zur Vergleichung des vierten und fünften. (Es waren nemlich vorher die gedachten acht Dreyecke in der Ordnung gezählt worden, in welcher sie S. 287 angeführt worden sind.) „Was ist also noch übrig?“ Die Vergleichung des vierten Dreyecks mit dem sechsten, siebenten und achten; die Vergleichung des sechsten mit den beyden übrigen, und die Vergleichung des siebenten und achten. „Warum ist das fünfte Dreyeck ausgelassen worden?“ Weil dasselbe dem vierten Dreyecke gleich ist. „Was thut das?“ Es hilft uns die Vergleichung des fünften Dreyecks mit den übrigen nichts. „Und warum nicht?“ Wir haben

auch das dritte Dreyeck nicht besonders mit den übrigen verglichen, weil es dem zweyten gleich war, und wir dieses mit allen übrigen verglichen hatten. „Was entdeckt ihr denn nun, wenn ihr das vierte, das sechste und das siebente Dreyeck mit den noch übrigen vergleicht?" Nach einer kurzen Pause: Nichts. „Was ist das sechste Dreyeck für eins?" — „Also bemerkt das Niemand, daß dieses ein gleichschenkliges Dreyeck ist?" „Habt ihr nicht gehabt, daß der Winkel BCD dem Winkel CBF gleich sey?" Ja! „Und was folgt daraus nach dem sechsten Satze?" Daß BG gleich CG, und also das Dreyeck BCG ein gleichschenkliges Dreyeck sey. „Wie sind die Dreyecke BGD und CGF beschaffen?" Einander gleich. „Warum?" Das Dreyeck BCD ist gleich dem Dreyecke BCF, und wenn man von beyden das Dreyeck BGC wegnimmt, so bleiben die Dreyecke BGD und CGF übrig, und es sind also diese Dreyecke nach dem dritten Grundsatze gleich. „Auf eine andere Art bewiesen!" Dies konnte keiner. Nun that ich noch einige Fragen, die vorhergehenden Sätze betreffend, und fügte dann hinzu. Heute habe ich repetirt, aber nicht

so, daß ihr auf meine Fragen mit demjenigen hättet antworten können, was in der Classe dagewesen ist, und ihr zu Hause aufgesetzt habt; denn dergleichen Repetition habt ihr bey mir überhaupt nicht zu erwarten. Empfunden werdet ihr's haben, wie viel euch fehlte, um auf jede meiner Fragen passend zu antworten, und doch hättet ihr auf jede so müssen antworten können, wenn ihr im Denken so weit wäret, als ihr billig seyn solltet. Indeß was euch fehlt, müßt ihr euch zu erwerben suchen, sobald ihr seinen Mangel verspürt. Also heute morgen und übermorgen setzt jeder Eine Stunde zu Hause zur Mathematik fest, und versucht, den Satz: Das Dreyeck BGD ist gleich dem Dreyecke CGF; auf eine dreyfache Art zu beweisen. Mit dem Schlage fängt ein jeder an und hört mit dem Schlage auf. Ob ihr die verlangten Beweise findet oder nicht? darüber braucht ihr euch keine Sorge zu machen; ihr habt keinen Vorwurf von mir zu befürchten, wenn ihr nichts gefunden, sondern nur, wenn ihr euch keine Mühe gegeben habt; und ob ihr gearbeitet habt oder nicht, will ich in der nächsten Stunde schon erfahren, ihr mögt etwas bringen oder nicht.

Gefaßt habt ihr bis jetzt, was da gewesen ist; das Lob muß ich euch geben; aber ihr könnt das, was ihr gefaßt habt, noch nicht selbst brauchen; und dieses ist noch nothwendiger, darin müßt ihr also ebenfalls eine Fertigkeit bekommen.

Der Uebergang von der ersten Aufgabe zu der andern wurde in der dritten Classe nicht so gemacht, als er in der mitgetheilten Probe sich findet. Vor den Sätzen, d. h. am Ende der Erklärungen und Forderungen, war aus dem Vorhergehenden und den darüber gemachten Bemerkungen die Regel gezogen: daß man nunmehr, um weiter zu kommen, Handeln nach den Forderungen und aufmerksame Betrachtung mit einander abwechseln lassen, übrigens aber die Gegenstände, welche man untersuchen wolle, wieder auf eben demselben Wege aufsuchen müsse, auf welchem man bereits die Erklärungen davon gefunden. Also entstand nach der ersten Aufgabe folgendes Gespräch: „Was thun wir nun, um weiter zu kommen?" Wir nehmen drey Punkte. „Solche, die in Einer geraden Linie liegen?" Nein solche, die nicht in einer geraden Linie liegen. „Hier sind dergleichen. (Es wurden drey nicht in einer gera-

den Linie liegende Punkte A, B und C auf der Tafel bemerkt. Man sehe hierbey die 24ste Figur nach. Was nun?" Wir ziehen zwischen A und B nach der ersten Forderung die gerade Linie AB. „Und wenn das geschehen ist?" Auch zwischen B und C. „Was ferner?" Nun könnten wir über AB ein gleichseitiges Dreyeck beschreiben. „Hier sey es geschehen, nemlich in dem Dreyecke DAB. Weiter!" Eben das könnten wir über BC thun. „Und würden wir dadurch weiter kommen? Also weiter! sage ich." Wir müssen vielleicht die zweyte Forderung anwenden? „Vielleicht? Mit Gewißheit muß geurtheilt werden; die Gegenstände, welche wir untersuchen, sind dazu für Niemand zu schwer." Die erste Forderung haben wir schon angewandt, und wenn wir also weiter gehen sollen, so bleibt nichts anders übrig, als zunächst nach der zweyten zu handeln. „Gut! und wo wollt ihr sie anwenden?" Zuerst bey AB. „Und wenn ihr also AB über B hinaus verlängertet, was dann?" Dann könnten wir nach der dritten Forderung aus B mit BC einen Kreis beschreiben. „Gesetzt, auch dieses geschähe, und der gedachte Kreis schnitte die

Verlängerung BM in E, was wäre?" BC und BE wären gleich. „Ist noch etwas übrig?" Wir können auch DB verlängern. „Dies sey geschehen, was nun?" Nun nochmals aus B mit BC einen Kreis beschreiben. „Gut! dieser schneidet von der Verlängerung DN das Stück BF gleich BC ab. Wie weiter?" Wir können noch DA verlängern. „Dieses sey ebenfalls geschehen." Nun auch mit DF aus D einen Kreis beschreiben. „Was findet statt, wenn solches wie hier (Fig. 24) geschehen ist?" Dann ist DG der DF gleich. „Und wie waren AD und DB?" Einander gleich, weil das Dreyeck DAB ein gleichseitiges Dreyeck ist. „Wenn zwey von euch, jeder 10 gr. hätte, und jeder davon drey ausgäbe; wer würde das meiste behalten?" Keiner, sondern der eine behielte so viel als der andere. „Ueberhaupt wenn zwey gleich viel hätten, und beyde davon gleich viel wegnähmen, was bliebe ihnen übrig?" Gleich viel. „Also Gleiches von Gleichem weggenommen?" Läßt Gleiches. „Nach diesem Grundsatze hier gehandelt!" So ist AG gleich BF. „Und BF war?" Gleich BC. „Also nach dem ersten Grundsatze?" AG gleich BC. „Gut!

Wovon sind wir bey unserer jetzigen Untersuchung ausgegangen?" Von den drey Punkten A, B und C. „Und was wurde uns dadurch gegeben?" Die beyden geraden Linien AB und BC. „Die gerade Linie die durch einen ersten und zweyten Punkt gegeben wird, haben wir nun schon in der ersten Aufgabe untersucht. Diese also nicht mit gerechnet, was bleibt?" Der Punkt A und die gerade Linie BC. „Was haben wir nun hiermit gemacht?" Wir haben durch A eine gerade Linie gezogen, und dieselbe auf der einen Seite der BC gleich gemacht. „War, um dieses zu thun, nöthig, daß wir AB verlängerten?" Nein! „Also hätten wir jetzt gelernt: An einen gegebenen Punkt eine gerade Linie zu legen, welche einer gegebenen geraden Linie gleich sey. Ist das nicht eine neue Aufgabe?" Ja! „Gut! setzt dieselbe zu Hause auf, und zwar so, daß ihr nach der Aufgabe, vor der Auflösung und dem Beweise, die Erläuterung setzt. Was nun?" Nun nehmen wir vier Punkte. „Nach drey Punkten folgen freylich viere; aber ihr müßt das schon euren Lehrern zu gute halten, daß sie nicht so schnell vorwärts eilen können, wie ihr; gegen und nach dem

vierzigsten Jahre kann man nicht mehr so laufen, als vor dem zwanzigsten. Was hatten wir vor der jetzt gefundenen Aufgabe?" Eine gerade Linie. „Und bey der jetzigen?" Eine gerade Linie und einen Punkt. „Wenn also eine gerade Linie und ein Punkt gegeben sind; was ist dabey nach dem Bisherigen möglich?" An den Punkt eine gerade Linie zu legen, welche der gegebenen gleich sey. „Wie machen wir das?" Wir ziehen zuerst von dem gegebenen Punkte nach einem Endpunkte der gegebenen Linie eine gerade Linie. „Auf wie vielerley Art können wir dieses thun?" Auf zweyerley Art. — „Was ferner?" Ueber der gezogenen Linie beschreiben wir ein gleichseitiges Dreyeck. „Wie viel Fälle giebt es hier?" Ebenfalls zwey. — Wie hier die Unterredung weiter fortgeführt worden, wird man von selbst sich vorstellen können, wenn man das aus der mitgetheilten Probe hieher Gehörige nachlesen will. Uebrigens war bey dem letzten Theile der hergesetzten Unterredung theils Repetition des vorhergehenden, theils die dabey vorkommenden Erweiterungen meine Absicht.

In der zweyten Classe, wo, um dies mit zu berühren, das Ihr wegfällt, welches mir bey ersten Anfängern, die noch gar keinen Schritt ohne Leitung thun können, aus mehr denn einem Grunde passend scheint, habe ich bey dieser zweyten Aufgabe mein Lehrbuch, wovon die ersten Bogen bereits abgedruckt sind, zum Grunde gelegt, und den Gymnasiasten erklärt. Bey dem, was in der dritten Classe getrieben worden ist, müssen sie jetzt lernen, mit Nutzen ein mathematisches Buch zu gebrauchen; und so leicht ist dieses unstreitig nicht, daß dazu keine Anleitung und Uebung nöthig wäre. Nach dem zwölften Satze fiel die Rede gelegentlich wieder auf die Behauptung, die ich schon öfters einzuschärfen gesucht hatte: Wenn man die Mathematik auf die rechte Art lerne, müsse alles leicht werden; und fragte dabey: Ob ihnen nicht in meinem Lehrbuche eine Stelle bey der Durchlesung zu Hause aufgestoßen sey, die, nach dieser Behauptung beurtheilt, fehlerhaft eingerichtet sey? Niemand hatte dergleichen bemerkt, und ich gab also die Aufsuchung derselben auf, mit der Versicherung, daß sich eine solche Stelle in

den Bogen, welche sie hätten, befände. Nach acht Tagen erkundigte ich mich wieder, allein ihre Augen waren nicht scharf genug gewesen. Auf diese Art bekam ich Gelegenheit, die zweyte Aufgabe mit ihnen hinterher ebenfalls auf die vorhin beschriebene Art durchzugehen, sie diese Art mit der im Buche stehenden vergleichen zu lassen, und verschiedene Bemerkungen darüber zu machen. Auffallend ist es, daß bey der simplern Art die zweyte Aufgabe sogleich von der dritten getrennt sich darstellt, und also alles kürzer und natürlicher wird. Auch bin ich aus Versuchen davon überzeugt, daß sie dabey viel vollständiger begriffen wird. Und nun sey es mir erlaubt, die Frage aufzuwerfen: Wie soll oder vielmehr wie muß diese Aufgabe in einem Lehrbuche der Mathematik, bey dem Plane, der aus der mitgetheilten Probe hinlänglich abgenommen werden kann, vorgetragen werden? So wie ich es gethan habe, oder nach der vorhin befolgten simplern Art? Man findet diese Aufgabe in den meisten neuern Compendien gar nicht, und es würde also nicht viel ausmachen, wenn ich auch nicht auf die rechte Art dazu übergegangen wäre; allein sehr angenehm sollte es mir

seyn, wenn sich einer oder der andere meiner Herren Recensenten auf meine Frage bestimmt erklären wollte. Noch will ich hinzufügen, daß man auf dem Wege, den ich mit der dritten Classe gegangen bin, bey vier Punkten zu der dritten Aufgabe gelangt, und bey fünf und mehrern Punkten Gelegenheit hat, auf künftige Materien in der Arithmetik vorzubereiten, die, unvorbereitet, in der Arithmetik, selten von Anfängern gefaßt werden, und bey der Vorbereitung, wovon ich rede, größtentheils jetzt schon völlig begreifbar sind.

Ich enthalte mich theils der weitern Fortführung dieser wenigen, theils der Hinzufügung anderer und mehrerer Beyspiele, weil ich hier doch nichts weiter thun kann, als diese und jene von den nach und über die oben mitgetheilte Probe meines Lehrbuchs angestellten Unterredungen, genau so, wie ich dieselbe gehalten zu haben mich erinnere, herzusetzen. Denn mich dünkt, ich müsse die meisten meiner Leser als Personen betrachten, die sich zwar bisweilen ganz gern durch die Classen einer Schule führen lassen, denen man es aber auch nicht verdenken kann, wenn sie nach einer Viertel- oder einer halben Stunde

wieder Abschied nehmen. Also setze ich zum Schlusse bloß noch dasjenige her, was mir die Verbindung zwischen dem gegenwärtigen Aufsatze und dem vorhergehenden hinzuzufügen befiehlt.

So sollte, meiner Meynung nach, ein Lehrbuch der Mathematik für Schulen beschaffen seyn, daß dabey der in dem gegenwärtigen Aufsatze beschriebene Nutzen des Studiums der Mathematik als reine Vernunftwissenschaft, ganz erhalten werden könnte, wenn es zweckmäßig gebraucht würde. Zu einem zweckmäßigen Gebrauch eines gut eingerichteten Lehrbuchs der Mathematik rechne ich hauptsächlich, daß es während der Unterredungen über die Gegenstände, die es enthält, nicht weiter zur Hand genommen werde, als wenn Anleitung zum rechten Gebrauch mathematischer Schriften die Hauptabsicht ist. Dem Lehrer müßte es dienen können, um sich daraus die Hauptmomente der Gedankenreihe, durch welche er seine Schüler zu leiten hätte, bekannt zu machen, und dem Schüler, sich bey der Lesung desselben nicht bloß an den darüber genossenen Unterricht wieder zu erinnern, sondern auch darin Veranlassungen zu finden, das Gehörte mit dem Gelesenen zu vergleichen, und auf diese Art bald zu Erweiterungen, bald zu Vergrößerungen der Deutlichkeit seiner erworbenen Erkenntnisse, bald zu Fragen und Einwürfen geführt zu werden. Eine Haupteigenschaft wäre

noch die: daß der Lehrer in dem Maaße, als er das System der Mathematik übersähe, es dabey in seiner Gewalt hätte, durch unmerkliche Vorbereitungen auf das Folgende, durch frühe Verstopfungen der Quellen, aus welchen in der Folge abschreckende Schwierigkeiten fließen können, durch so bald als möglich ertheilte vortheilhafte Richtungen u. d. gl. dem Schüler künftige Gleichgültigkeit gegen die Mathematik, und Stehenbleiben ohne starken Trieb zum weitern Fortgehen zu empfinden, unmöglich zu machen. Daß ich bey dem Lehrbuche, woraus ich die erste Probe mitgetheilt habe, dieses alles unverrückt vor Augen zu behalten suchen werde, darf ich hoffentlich nicht weiter versichern; und was die übrige Einrichtung desselben betrifft, so denke ich in dem folgenden Stücke am Ende der Fortsetzung des Aufsatzes: Ueber den Begriff der Mathmatik und ihre Theile ꝛc., darüber so viel zu sagen, als zu einer gründlichen Beurtheilung meines Plans nöthig seyn mögte.

(Da mir vorstehender Aufsatz keinen Platz dazu übrig gelassen hat, so muß ich die Fortsetzung der Anzeige der Schulzischen Anfangsgründe der reinen Mathesis dem nächsten Stücke vorbehalten).

Beyträge
zur
Beförderung des Studiums
der
Mathematik,
insbesondere
für Schullehrer und Praktiker.

Von

Johann Andreas Christian Michelsen,
Professor der Mathematik und Physik am Berlinischen Gymnasium.

Fünftes Stück.

Berlin, 1790.
Im Verlage der Königl. Preuß. Akadem. Kunst- und Buchhandlung.

I.

Fortsetzung der Abhandlung: Ueber den Begriff der Mathematik und ihre Theile, nebst Gedanken über das Verhältniß der Mathematik zur Philosophie; im zweyten Stücke.

Die Reihe der Wissenschaften, welche sich auf dem im angeführten Aufsatze eingeschlagenen Wege dem forschenden Auge darstellt, verliert mehrere ihrer Glieder, wenn man entweder von einer mehr positiven Erklärung ausgeht, oder lediglich aus der zum Grunde gelegten Definition, was diese auch immer für eine seyn mag, schöpft und ableitet. Daher rührt es, daß alle bisherige Eintheilungen der Mathematik den Fehler der Unvollständigkeit an sich tragen, und daß insbesondere der Theil, welcher

gleichsam die Propädevtik zur allgemeinen Mathematik enthält, in den mathematischen Compendien noch keine Stelle erhalten hat. Außerdem lernt man alsdann das natürliche Band nicht kennen, welches nicht nur die Theile der Mathematik in engerer Bedeutung unter einander, sondern auch die Mathematik mit der Philosophie verknüpft; und die künstliche Verbindung, welche man dagegen einführt, ist nicht im Stande, den dabey entstehenden Mangel zu ersetzen. Da es indeß von jeher üblich gewesen ist, den Körper der reinen Vernunftwissenschaften, denn diesen bezeichnet das Wort Mathematik, wenn es in der obigen weitläuftigen Bedeutung genommen wird, nicht als Einen, sondern als zwey von einander abgesonderte Körper zu betrachten, und jeden derselben vom Anfang an genau und positiv zu bestimmen: so wird, nach der Entwickelung im zweyten Aufsatze des zweyten Stücks gegenwärtiger Beyträge, allerdings eine sorgfältige und ausführliche Beantwortung der Fragen nothwendig:

1. Welchen Theil des Inbegriffs alles dessen, was wir ohne Beyhülfe der Erfahrung wissen können, begreift man wirklich unter

dem Worte Mathematik? und warum hat man ihn abgesondert?

2. In was für einem Verhältnisse steht dieser Theil zu dem übrigen?

Die besten Erklärungen, welche man von der Mathematik und Philosophie als den beyden Haupttheilen der ganzen sogenannten reinen Vernunftwissenschaft hat, sind ohnstreitig diejenigen, welche Hrn. Kants Critik der reinen Vernunft enthält, und wornach die Mathematik reine Vernunftwissenschaft aus der Construction der Begriffe, die Philosophie hingegen reine Vernunftwissenschaft aus Begriffen ist. Daß man bey diesen Erklärungen keine Gefahr laufe, das Gebiet der Mathematik mit dem der Philosophie zu verwechseln, ist offenbar; allein vielleicht rührt dieses daher, daß beyde dadurch nicht, wie es seyn sollte, durch eine Grenzlinie von einander unterschieden werden, sondern zwischen beyden ein breiter Strich unbestimmt gelassen worden ist. Ueberhaupt scheinen mir die angeführten Erklärungen, wenn bey der Beurtheilung auf alle Umstände Rücksicht genommen werden soll, noch immer einige Unbequemlichkeiten zu haben; und wenn es

Hrn. Kant selbst angenehm ist, daß man die seiner Leitung schuldige Kraft gebraucht, um selbst einen oder den andern Schritt vorwärts zu versuchen, so hoffe ich, daß auch seine Freunde den ihrer Belehrung nicht unwerth halten werden, der, so weit er sich ihnen auch sonst gern nachsetzt, doch gleich ihnen und von gleicher Verehrung gegen Preußens Philosophen erfüllt, dem ersten Denker nicht bloß nachbetet.

Zuvörderst also weiß ich nicht, ob nicht schon der Ausdruck reine Vernunftwissenschaft überflüssige Bestimmungen enthalte, und von Hrn. Kant bloß gewisser zu nehmenden Rücksichten wegen gewählt sey. Hr. Jakob rechnet in seinem Grundrisse einer allgemeinen Logik zu einer Wissenschaft:

1. daß alle Sätze unter einander in Verknüpfung stehen und zu einer Einheit zusammenstimmen;
2. daß alle Theile in gehöriger Proportion stehen;
3. daß alle mannigfaltigen Erkenntnisse durch apodiktische Beweise dargethan werden *);

*) Hr. Jakob setzt noch hinzu: oder daß wenigstens der Grad ihrer Gewißheit genau bemerkt werde.

4. daß die verschiedenen Grundsätze, die zu den Beweisen der vielen Erkenntnisse, welche die Wissenschaft ausmachen, gebraucht werden, in Einem obersten Grundsatze zusammenlaufen.

Ich will hier nicht untersuchen, ob sich alle diese Requisita bey einer, Menschen erreichbaren und für Menschen brauchbaren, Summe von Erkennissen vereinigt denken lassen; es sey möglich. Sollte aber alsdenn das Wort Wissenschaft, ohne allen Zusatz genommen, sich nicht schon eben so weit erstrecken, als die Benennung reine Vernunftwissenschaft?

Zum andern ist der Begriff von der Mathematik unstreitig zu enge, wenn man dieselbe auf die Wissenschaft aus der Construction der

Ich habe diesen Zusatz weggelassen, weil es mir scheint, daß in einer Wissenschaft, wenn anders dieses Wort eine bestimmte Bedeutung haben soll, alles apodiktisch bewiesen seyn müsse. Freylich legen wir mehrern systematischen Aggregaten von Erkenntnissen, wo dieses nicht statt finden kann, ebenfalls den Namen Wissenschaft bey, aber schwerlich in der eigentlichen und genau bestimmten Bedeutung dieses Wortes.

Begriffe einschränkt, es müßte denn seyn, daß ich mich in der Bedeutung dieser Worte irrte. Bloß die Elementar-Mathematik ist, wie ich schon öfters gesagt habe, Wissenschaft aus Constructionen, die allgemeine hingegen schon Wissenschaft aus Begriffen. Freylich kann man die Constructionen in natürliche und in willkührliche eintheilen, und, vom Scheine verführt, wie ich dieses selbst gethan, unter der Elementar-Mathematik, Wissenschaft aus natürlichen, und unter der allgemeinen, Wissenschaft aus willkührlichen Constructionen verstehen; allein bey genauerer Prüfung zeigt sich dieser Eintheilungsgrund immer mehr in einem weniger vortheilhaften Lichte.

Weit unvollkommner aber sind die Erklärungen von der Mathematik, welche bey aller ihrer Weitläuftigkeit und anscheinenden Ausführlichkeit doch am Ende weiter nichts sagen, als was das einzige Wort Größenlehre ausdruckt, und zu dieser Classe gehört der größte Theil der übrigen. Wenn man den Begriff der Größe, es sey nun erkannter oder unerkannter Weise, nicht zu sehr einschränkt, so glaube ich allenfalls zugeben zu können, daß die allgemeine

Mathematik richtig durch Größenlehre erklärt werde; allein in Ansehung der Elementar-Mathematik muß man sehr bey der Oberfläche stehen bleiben, wenn man sie ebenfalls für nichts weiteres ansehen will. Uebrigens gestehe ich gern, daß ich mich bey dieser Behauptung vom Gewöhnlichen entferne; allein es ist auch nicht meine Schuld, daß Plato vom Studium der Mathematik, als dieselbe noch in ihrer Kindheit war, sagen konnte, es reinige und belebe das ausgelöschte und geblendete Organ der Seele, und Hr. Rehberg von unserer so sehr erweiterten und vervollkommneten Größenlehre behaupten darf: sie mache einseitig, unbehülflich, und raube den schnellen und viel umfassenden Blick, der dem Menschen im gemeinen Leben so nöthig sei, ja sie sey als Schule für den Kopf, selbst in wissenschaftlicher Rücksicht, von zweifelhaftem Nutzen, und eine Menge von Beyspielen bewiesen, daß auch große Mathematiker schlechte Philosophen wären.

Auf diese Urtheile über die bisherigen Erklärungen der Mathematik gründet sich meine obige Aeußerung: Ich sey an meinem Theile nicht abgeneigt zu behaupten, daß wir uns bis auf die-

sen Augenblick noch nicht einmal einer ganz vollkommenen Definition von der Mathematik rühmen könnten *). Sollte es etwa hinreichend seyn, wenn man sagte: Die Mathematik sey die Wissenschaft, in sofern Anschauungen den Gegenstand derselben ausmachen? Da wir von sinnlichen Objecten zwar Erkenntnisse aber keine Wissenschaft erlangen können, so würde durch das Merkmal der Wissenschaft die Erfahrung aus der Mathematik verwiesen, und unter den Anschauungen könnten also keine andere als reine Anschauungen verstanden werden. Erklärte man ferner die Wissenschaft durch Inbegriff dessen, was wir unabhängig von der Erfahrung wissen können, indem doch die Erfahrungserkenntnisse, man mag die Wissenschaft erklären wie man will, keine Wissenschaft geben: so folgten die Bestimmungen, welche man in Hrn. Jakobs Entwickelung dieses Begriffs antrifft, von selbst; und es scheint mir daher, die vorgeschlagene Beschreibung, wenn sie auch nicht ganz vollkommen genannt werden könnte, doch den bisherigen vorzuziehen sey. Noch kür-

*) Im 4ten Stücke, S. 314. 315.

zer würde die Erklärung der Mathematik, wenn man dieselbe durch die Wissenschaft der sinnlichen Formen beschriebe.

Die Haupttheile der Mathematik ergäben sich aus dieser Erklärung auf folgende Art. Da die sinnlichen Formen zuerst nach ihren Eigenschaften, und zweytens nach der Art, wie sie von uns durch die reine Vernunft hervorgebracht werden, untersucht werden können; und im ersten Falle entweder die einzelnen Formen oder die Formen überhaupt den Gegenstand der Untersuchung ausmachen: so theilt sich darnach die ganze Mathematik

1. in die reine Mathematik, welche entweder
   a. Elementar = oder
   b. allgemeine Mathematik, ist; und
2. in die reine Mechanik.

Sind auf diese Art der Umfang und die Grenzen der Mathematik im engern Verstande richtig angegeben und genau bestimmt, und soll nun dasjenige, was aus dem Inbegriffe dessen, was wir ohne Beyhülfe der Erfahrung wissen können, noch übrig ist, mit dem Namen der Philosophie belegt werden: so ist die Philosophie nichts anders als die Wissenschaft, in sofern

Begriffe ihr Gegenstand sind, oder Wissenschaft der Verstandesformen. Geht man von dieser Erklärung aus, so lassen sich, nach dem Beyspiele, welches die Mathematik darbietet, ebenfalls zwey Haupttheile der Philosophie gedenken, davon der erste die Verstandesformen selbst mit ihren Eigenschaften und Beschaffenheiten, der andere aber die Erzeugungsart derselben durch die reine Vernunft zum Gegenstande hätte; und der erste Haupttheil kann gleichfalls in zwey Theile unterschieden, und dem ersten die einzelnen, dem andern aber die Verstandesformen überhaupt als Stoff angewiesen werden. Ich behaupte noch nicht, daß diese Vorstellungsart der Sache selbst angemessen sey, denn ich gestehe gern, daß dazu der Kreis meiner Einsichten noch der Erweiterung bedarf; indeß warum sollte ich Bedenken tragen, Gedanken zu äußern, die sich mir nicht nur ganz natürlich darbieten, sondern auch zu meiner Hauptabsicht allerdings nicht überflüssig sind?

Wenn man aber auch auf diese Art die Mathematik und Philosophie bestimmt: so bleibt, des großen Umfangs beyder Wissenschaften ungeachtet, doch noch manches aus dem zurück,

was man auf dem im zweyten Stücke beschriebenen Wege als Erzeugniß der reinen Vernunft findet und kennen lernt.

Einmal nemlich wird nach der Elementar-Mathematik eine Wissenschaft möglich, und zur glücklichen Bearbeitung der allgemeinen Mathematik nothwendig und unentbehrlich, deren Inhalt und Umfang sich aus dem leicht festsetzen läßt, was ich im zweyten Stücke S. 133, 134, und im vierten S. 338, 339 gesagt habe. Es ist mir gegenwärtig nicht um Namen zu thun, sonst würde ich kein Bedenken tragen, diese Wissenschaft Logik der Anschauungen zu nennen. Das fällt in die Augen, daß sich dieselbe auf die Elementar-Mathematik gründen, oder wenn man lieber will, die Elementar-Mathematik als Quelle brauchen müßte; aber man würde sich davon einen zu eingeschränkten Begriff machen, wenn man sie deswegen bloß als Aggregat von Bemerkungen ansehen wollte, deren Nutzbarkeit in die Grenzen des genannten Theils der Mathematik eingeschränkt sey.

Eine ähnliche Wissenschaft bietet sich am Ende der ganzen Mathematik, oder nach der reinen Mechanik dar; und wenn man den Umfang

derselben nicht nach dem Namen bestimmen, sondern, wie es allemal geschehen sollte, die Bedeutung des Namens erst nach der Wissenschaft selbst festsetzen will: so scheint mir der Name, allgemeine Logik, dafür sehr passend.

Durch die Mathematik mit Kraft, und durch sie und die allgemeine Logik mit den nöthigen Vorerkenntnissen ausgerüstet, könnte man wahrscheinlich das Feld des ersten Haupttheils der Philosophie und dessen beyden Abtheilungen, als denjenigen Theil des Feldes der reinen Vernunft betrachten, auf welchem anfänglich Säen und Erndten in gleichem Maße statt fänden, dann aber ununterbrochen das Erndten in eben dem Verhältnisse zunähme, als das Säen weniger nothwendig würde. Zwischen dem ersten und zweyten Haupttheile der Philosophie, nach der vorstehenden Eintheilung, denke ich mir endlich die Stelle der Critik der reinen Vernunft, und ich brauche nicht dazu zu setzen, eben so wenig von was für einer Wichtigkeit, als von was für einem Inhalte und Umfange dieselbe sey.

Das Bisherige ist nichts als erweiternde Wiederholung dessen, was ich im zweyten Stücke über den Begriff der Mathematik und ihre Theile

gesagt habe; es bedurfte aber auch bloß einer solchen Wiederholung, um den ersten Theil der Frage zu beantworten: Was für einen Theil des Inbegriffs alles dessen, was wir ohne Beyhülfe der Erfahrung wissen können, man eigentlich unter der Mathematik zu verstehen habe; und die Antwort auf den andern Theil und auf die zweyte Frage vorzubereiten. Ja ich darf behaupten, daß der andere Theil der ersten Frage nicht einmal noch weiter zu berühren sey. Also füge ich bloß eine Anmerkung hinzu, und wende mich dann sogleich zur Untersuchung des Verhältnisses der Mathematik in engerer Bedeutung zur Philosophie.

Da nicht Geschichte der Mathematik und Philosophie, sondern Bestimmung des Inhalts, des Umfanges und der Grenzen dieser Wissenschaften, wenn man sie durchaus und lediglich als Erzeugnisse der reinen Vernunft betrachtet, meine Absicht ist: so kann es hier nicht darauf ankommen, ob meine Erklärungen und Bestimmungen der Mathematik und Philosophie und ihrer Theile mit den gewöhnlichen übereinstimmen oder nicht. Wenn sie dieses nicht thun, so reicht das Wenige, was ich dar-

über beygebracht habe, freylich nur für diejenigen hin, welche die Fertigkeit besitzen und gebrauchen, sich beym Lesen in den Gesichtspunkt und an die Stelle des Verfassers zu denken; allein ich sehe keinen Grund vor mir, warum ich meinen Lesern durch Hinzufügung mehrerer Erläuterung zu verstehen geben sollte, als traute ich ihnen diese Fertigkeit nicht zu? Ich denke denn doch, daß ich weiter nichts zu befürchten habe, als vielleicht hie und da misverstanden zu werden; und sollte das seyn, so wird sich zur fernern nöthigen Auseinandersetzung und ausführlichern Entwickelung schon Zeit und Gelegenheit finden.

Was aus dem Aufsatze im vorhergehenden vierten Stücke: Ueber die Nothwendigkeit des Studiums der Mathematik als reine Vernunftwissenschaft, zur Bestimmung des Verhältnisses der Mathematik zur Philosophie hergenommen werden kann, will ich hier nicht wiederholen. Deutlich und bündig genug glaube ich daselbst gezeigt zu haben, daß zu vollendeten Kenntnissen in der Philosophie eben dergleichen in der Mathematik nothwendiger Weise erfordert werden, so daß Niemand auf den Namen eines

Philo=

Philosophen, in seiner eigentlichen Bedeutung, Anspruch machen dürfe, der sich nicht zur glücklichen Bearbeitung der Philosophie vorher durch eifrige und strenge Beschäftigung mit der Mathematik die Fähigkeit erworben. Aber wenn auch nach dem, was ich bey dieser Gelegenheit gesagt habe, allenfalls die Mathematik der Philosophie entbehren könnte: so läßt sichs doch nicht denken, daß die Philosophie eine so undankbare Pflegebefohlne seyn sollte, daß sie von ihrer Schwester nur empfangen und nicht wiedergeben wolle. Mit Philosophen rede ich hier nicht, denn diese mögten oft gern die Philosophie der Mathematik als Hofmeisterin aufdringen; sondern mit den Mathematikern, welche das Gebiet der Mathematik und der Philosophie als zwey von einander entfernte, und entweder nur an sehr wenig Orten oder lieber gar nicht an einander grenzende Felder betrachten.

Ich will gern zugeben, daß der Nutzen einer abstracten Logik in der Mathematik mehrern Zweifeln ausgesetzt sey, allein dagegen ist die Nothwendigkeit und Brauchbarkeit einer Logik der Anschauungen, S. 287, selbst aus dem Wenigen offenbar, was ich darüber bis jetzt gesagt

habe. Was die allgemeine Logik betrifft, so kann sich freylich der Nutzen derselben, da sie ihre Stelle erst nach der reinen Mechanik bekömmt, in der Mathematik nicht unmittelbar zeigen; allein das hindert den mittelbaren Einfluß nicht. Sollte man dadurch auch weiter nichts erreichen, als daß man die Anordnung und Verbindung der Theile, die zusammen genommen das Gebäude der Mathematik ausmachen, deutlicher und aus mehrern Standpunkten übersehen lernte: so wäre auch dieses schon kein unbeträchtlicher Gewinn. Aber da die allgemeine Logik den Uebergang von der Mathematik zu dem ersten Haupttheile der Philosophie bahnt: so werden wir durch sie in den Stand gesetzt, die Objecte der Mathematik auf einer höhern Stufe der Allgemeinheit zu betrachten, und dadurch unsern Kenntnissen davon einen höhern Grad der Anwendbarkeit und Brauchbarkeit zu ertheilen; und dieser Vortheil ist allerdings viel wichtiger. Wird endlich dasjenige, was die Critik der reinen Vernunft darbietet, auf die rechte Art benutzt: so trage ich kein Bedenken zu behaupten, daß der Mathematiker dadurch seine Kenntnisse noch mehr und fester zu

begründen vermöge, ob ich gleich dabey zugebe, daß die Mathematik auch ohne die Hülfe der Critik der Vernunft eine Sicherheit und Festigkeit habe, dergleichen keine der übrigen Disciplinen sich zueignen dürfe.

Doch Logik der Anschauungen, allgemeine Logik und Critik der reinen Vernunft sind noch nicht die Philosophie selbst, sondern nur Führerinnen und Handleiterinnen dazu. Was für Erweiterungen unserer Erkenntnisse von den Objecten der reinen Anschauung haben wir der allgemeinen Mathematik zu danken? und würde dieses statt finden, wenn die allgemeine Mathematik weiter nichts wäre, als Verallgemeinerung der Lehren der Elementar-Mathematik auf dem Wege der theoretischen Abstraction? Eben so wenig aber ist die Philosophie, ob sie sich gleich nach dem Obigen zur Mathematik in dem Verhältnisse des Allgemeinern zum Speciellern denken läßt, bloße Verallgemeinerung der Lehren der gesammten Mathematik, und es ist daher sehr wahrscheinlich, daß die Philosophie, zuvor gehörig vervollkommnet und dann auf die rechte Art gebraucht, der gesammten Mathematik eben solche Vortheile müsse gewähren kön-

nen, als durch die allgemeine Mathematik für die Elementar-Mathematik möglich sind. Und auf diese Art fällt in die Augen, was für eine genaue Verbindung zwischen allen Theilen der sogenannten reinen Vernunftwissenschaft, oder der Wissenschaft schlechthin so genannt, sey, und wie sehr sich diejenigen schaden, die einen oder den andern mit Vernachlässigung oder gar Geringschätzung der übrigen treiben.

Ist nach dem Bisherigen die Philosophie schon zu der Mathematik selbst äußerst nothwendig, so wird sie vollends dem unentbehrlich, der sie, erst auf reelle, d. h. von wirklichen Gegenständen abgezogene Begriffe, anwenden, und dann dieselbe ferner in einzelnen Fällen und unter ganz bestimmten Umständen brauchen will; mit andern Worten: Ohne Kenntniß der Philosophie sind vollendete Kenntnisse in der angewandten und praktischen Mathematik etwas, was man vergeblich sucht. So viele Gründe ich anführen könnte, um diese Behauptung außer allem Zweifel zu setzen: so begnüge ich mich hier gleichwohl damit, sie selbst hergesetzt zu haben, weil eine vollständige Auseinandersetzung dieser Sache mehr Raum erfordert, als ich jetzt

dazu anwenden darf. Auf eine deutliche und entwickelte Vorstellung von der angewandten und praktischen Mathematik kommt es dabey vorzüglich an, und so kann ich mich allenfalls auf meine Gedanken über den gegenwärtigen Zustand der Mathematik und die Art, die Vollkommenheit und Brauchbarkeit derselben zu vergrößern, Berlin 1789, beziehen.

Ich weiß nicht, ob schon sonst jemand die Verbindung der Mathematik und Philosophie so enge angegeben hat, als ich sie mir denke, da, meiner Vorstellung nach, diese Wissenschaften mehr Zweige Einer Wissenschaft, als von einander abgesonderte Wissenschaften sind. Sey dem, wie ihm wolle, so halte ich es der Mühe werth, diesen Gesichtspunkt zu verfolgen, und ein Lehrgebäude der Mathematik in dem weiten Sinne, in welchem ich diese Benennung im zweyten Stücke, S. 118, und im dritten, S. 207, genommen habe, zu versuchen. Den Anfang habe ich damit bereits gemacht, nachdem ich eine beträchtliche Reihe von Jahren vorher auf die Vorbereitung dazu verwandt habe, und einen Theil dieses Anfangs im 3ten und 4ten Stücke dieser Beyträge Kennern zur Beurtheilung mit-

getheilt. Es ist nemlich meine Absicht, unter dem Titel: Euclides Elemente für den gegenwärtigen Zustand der Mathematik bearbeitet, erweitert und fortgesetzt, ein Werk zu liefern, welches, so weit meine Kräfte reichen werden, den bisher über die Mathematik und ihren Nutzen geäußerten Vorstellungen entspreche. Auf den Beyfall aller derer rechne ich dabey nicht, welche zwar volle Scheunen des Landmanns bewundern, ihn selbst aber, wenn er Saamen aussäet, mit dem Tagelöhner in eine Classe setzen; auch bedarf ich dessen nicht, da der Gegenstand an sich genommen schon Reiz genug für mich hat. Aber Belehrung und Zurechtweisung ist mir desto nöthiger, und sie ists, was ich wünsche, und weswegen ich diese Gelegenheit ergreife, den Plan, welchen ich mir entworfen habe, ausführlich vorzulegen. Zuvor indeß noch etwas weniges Allgemeines.

So weit ich bisher über das System der gesammten reinen Vernunftwissenschaften nachgedacht habe, erscheint mir dasselbe durchaus als Ein continuirliches Ganze, und es ist mir unmöglich zu glauben, daß jemand diesen oder jenen Theil desselben in seiner eigenthümlichen

Vollkommenheit sollte besitzen können, ohne alle in der natürlichen Ordnung vor demselben vorhergehende Theile zu seinem Eigenthume gemacht zu haben. Stelle ich mir ferner dieses System unter dem Bilde eines Baums vor, so kann ich nur dem das Recht zugestehen, diesen Baum sein zu nennen, der ihn im Saamenkorne gepflanzt, und den daraus erzeugten Keim durch eigene Wartung und Pflege so weit gebracht hat, daß er weitschattende Zweige verbreitet. Die Art und Weise, wie dieses geschehen muß, ist, weil von einem Systeme der reinen Vernunft die Rede ist, die einfachste und kunstloseste, die sich denken läßt, und würde noch weit leichter zu befolgen seyn, wenn schon jemand darin als Beyspiel vorangegangen wäre. Noch nicht volle sechs Regeln sind es, welche man zur Selbstbebauung des ganzen Feldes der reinen Vernunft nöthig hat, und selbst diese Regeln bieten sich bey gehörig gebildeter Aufmerksamkeit während der erwähnten Anbauung, und zwar zugleich mit aller ihrer immer zusammengesetzter und mannigfaltiger werdenden Anwendung, ungesucht dar. Aber auch darin gleicht das System der reinen Vernunft einem

Baume, daß der aus dem Saamen erzeugte Keim eine Zeitlang dem Auge verborgen bleibt, und wenn er sich endlich über der Erde zeigt, einen noch weit größern Zeitraum braucht, um bloß Größe und Stärke zu gewinnen; der Zeitpunkt, da er anfängt, durch Früchte die auf ihn verwandte Mühe zu belohnen, erscheint nicht anders als spät, und die ersten Erndten sind nicht die reichsten. Endlich läßt sichs nicht wohl denken, daß derjenige, der ein vollständiges System der gesammten reinen Vernunftwissenschaften versuchen, und vom Anfang an dasselbe aufführen will, sich Hoffnung machen dürfe, irgend etwas aufzustellen, was bis dahin gänzlich unbekannt gewesen wäre; daß vieles vielen neu scheinen könne, und daß, wenn auch nichts darin neu wäre, dadurch der Wichtigkeit und Erheblichkeit der Sache auf keine Weise Eintrag geschähe, ist eine andere Sache. Dieses vorausgesetzt soll das Werk, welches ich unter dem Titel: Euclides Elemente für den gegenwärtigen Zustand der Mathematik bearbeitet, erweitert und fortgesetzt, aus zwey Hauptabtheilungen bestehen, und die erste davon der Mathematik, die andere aber der Phi-

losophie gewidmet werden. Die erste Abtheilung wird drey Unterabtheilungen unter sich begreifen, und zuvörderst die Elementar-Mathematik nebst der Logik der Anschauungen; dann die allgemeine Mathematik reine Mechanik, allgemeine Logik, nebst dem aus dem ersten Haupttheile der Philosophie, was zur angewandten Mathematik unentbehrlich ist, und endlich die angewandte Mathematik enthalten. Ob ich hier stehen bleiben oder weiter fortgehen werde, kann ich jetzt noch nicht bestimmen; es wird hauptsächlich darauf ankommen, mit was für einem Erfolge bis dahin mein Bestreben verbunden gewesen seyn wird. Uebrigens bin ich willens, diese erste Haupabtheilung anfänglich nur so weit zu liefern, daß mein Werk als Lehrbuch der Mathematik in Schulen gebraucht werden könne. Wenn ich gleich auf diese Art zuvörderst das System der Mathematik nur bis dahin fortführen werde, als es billig jeder, der sich den Wissenschaften widmet, gut und ganz gefaßt und zu seinem Eigenthume gemacht haben sollte, ehe er die Schule verläßt und die Academie bezieht: so wird es doch bey der Einrichtung, die ihm nicht fehlen darf, nach den bisher damit ange-

stellten Versuchen, allemal hinreichen, fernern mündlichen Unterricht in der Mathematik entbehrlich zu machen. Dann sollen Ausführungen folgen, denjenigen bestimmt, die sich entweder in den Wissenschaften überhaupt auszeichnen, oder die Mathematik und Philosophie zu ihrem Hauptstudium machen wollen. Was dieselben enthalten werden, giebt der Name schon zu erkennen, und ich berühre daher nur, daß ich zum Beschlusse derselben eine zweckmäßig eingerichtete Erzählung von der Entstehung, dem Wachsthume und den Schicksalen der Mathematik zu liefern gedenke, woraus man ersehen könne, nicht nur, wie und wodurch die Mathematik nach und nach von einem sehr unbedeutenden Anfange auf den hohen Grad ihrer jetzigen Vollkommenheit und Brauchbarkeit gebracht worden sey, sondern auch, auf was für Wegen und durch was für Mittel diese Vollkommenheit und Brauchbarkeit noch immer mehr vergrößert werden könne.

Verleihet mir die Vorsehung Leben und Gesundheit, so hoffe ich, diese Arbeit in sechs Jahren zu vollenden. Ich könnte dazu einen kürzern Zeitraum bestimmen; allein es ist, ich weiß

nicht genau, durch was für Umstände, bis zum Eigensinne fester Vorsatz bey mir geworden, in meinen Euclideischen Elementen ein System zu liefern, dessen Zweckmäßigkeit und Hinlänglichkeit mir nicht bloß aus Gründen, die das Nachdenken an die Hand giebt, sondern auch aus absichtlich deswegen angestellten Erfahrungen und Versuchen bekannt sey. Der Weg, den ich hierzu einschlage, ist folgender. Ich habe oben (im vierten Stücke, S. 324) die wenigen Regeln angegeben, auf deren Befolgung es ankommt, wenn man das System der Mathematik selbst erfinden, und also auch ganz kennen lernen und sich eigen machen will. Die jetzige zweyte Classe des Berlinischen Gymnasiums besteht größtentheils aus solchen Köpfen, und ist in der dritten auf die Art von mir vorbereitet worden, daß ich sie bey meinem Unterrichte in der Mathematik bloß leiten und anhalten darf, jene Regeln unverrückt vor Augen zu behalten; und auf ähnliche Art muß ich von der ersten, diejenigen etwa ausgenommen, die den Vorsatz gefaßt haben, nicht zu studiren, urtheilen. Bey diesen Umständen, an deren Fortdauer ich keine Ursache habe zu zweifeln, und da ich jetzt erst

mein Lehrbuch angefangen, habe ich es in meiner Gewalt, keine Zeile dieses Lehrbuchs zu schreiben, bey welcher ich mich nicht auf darüber gehabte Erfahrungen und vorsätzlich angestellte Versuche zu berufen im Stande wäre, sobald es nöthig seyn sollte. Was ferner meine Gymnasiasten durch die vorhin erwähnten Regeln nicht im Stande sind selbst zu finden, davon hören sie bey mir kein Wort; noch zur Zeit aber kenne ich auch keine Gegend in dem ganzen weitläuftigen Gebiete der Mathematik, zu welcher dieselben nicht hinleiteten. Dies vorausgesetzt, habe ich es mir zum Gesetz gemacht, keinen Theil meines Lehrbuchs eher und anders zu verfertigen, als nachdem und wenn ich mich zuvor über die daselbst vorkommenden Gegenstände mit lernbegierigen Jünglingen unterredet habe. Dabey verlange ich, daß jeder vorkommende Gegenstand, gleich das erste Mal und ohne Wiederholung, schnell und ganz gefaßt worden sey, und daß sich das Gelernte, so oft es wieder gebraucht wird, leicht und gleichsam von selbst darbiete. Freylich könnte ich, wenn ich wollte, eben so gut die sonst schon gesammleten Erfahrungen benutzen, allein warum sollte ich

eilen? Das System der Mathematik nicht bloß als System der reinen Vernunftwissenschaft aufzustellen, sondern solches zugleich auf eine solche Art zu thun, daß die Möglichkeit, dieses System im achtzehnten oder höchstens zwanzigsten Jahre, bey mittelmäßig guten Fähigkeiten und ohne Vernachläßigung irgend einer andern wichtigen Vorbereitung, so in der Gewalt zu haben, daß man es nun selbst nach Gefallen weiter fortführen könne, auf Wirklichkeit sich gründen lasse; scheint mir wichtig genug zu seyn, um dabey alle Uebereilung aufs sorgfältigste und vom Anfang an zu vermeiden.

Aber auch hierbey will ich es noch nicht bewenden lassen. Eine vollständige gründliche und auf Erfahrungen so wie auf Nachdenken gebaute Kenntniß davon, wie das System der Mathematik beschaffen seyn und behandelt werden müsse, wenn Jünglinge, die sich dem Studiren widmen, dasselbe in ihrem sechszehnten oder achtzehnten Jahre, vorausgesetzt, daß sie im zehnten oder zwölften Jahre angefangen und diesem Studium wöchentlich zwey Stunden gewidmet haben, in dem gehörigen Umfange und als reine Vernunftwissenschaft, und folglich

auch mit alle den oben davon gerühmten Vortheilen, sich sollen zu eigen gemacht haben können, ist eine Sache, die wohl noch eines besondern Versuchs werth ist. Wie man das System der Mathematik als reine Vernunftwissenschaft in Büchern aufstelle und was für Nutzen von diesem Systeme zu erhalten sey, wenn es gehörig gebraucht werde? ist eine Frage, die vielleicht ohne Versuche auf eine befriedigende Art beantwortet werden kann. Aber mir als Jugendlehrer ist die weit wichtiger: Wie muß das System der Mathematik beschaffen seyn, und wie muß es behandelt werden, wenn es als reine Vernunftwissenschaft frühzeitig Eigenthum werden soll? und diese Frage setzt Erfahrungen, setzt ausdrücklich und absichtlich angestellte Versuche voraus, und diese selbst in beträchtlicher Menge. Ich werde also von Michaelis dieses Jahres an anfangen, sechs bis acht Kinder von zehn bis zu zwölf Jahren, die von der Mathematik noch gar nichts wissen, nach meinen Grundsätzen, wöchentlich zwey Stunden in dieser Wissenschaft zu unterrichten, und dieselben in einem Zeitraume von höchstens sechs Jahren dahin zu bringen suchen, daß ich

mich auf sie berufen könne, wenn es darauf ankommt, dasjenige, was ich seit einiger Zeit von dem Studium der Mathematik und dessen Nothwendigkeit für jedem Studirenden behauptet und gerühmt habe, durch Beyspiele bestätigt werden soll. Daß ich die Bemerkungen, welche ich bey diesem Unterrichte zu machen Gelegenheit haben werde, aufs sorgfältigste benutzen werde, mein Lehrbuch zu vervollkommnen, versteht sich von selbst.

Um das System der Mathematik auf die Art zu liefern, wie ich mich dazu durch das Vorhergehende anheischig gemacht habe, habe ich mich einer Menge sehr mannigfaltiger und gewiß nicht leichter Vorbereitungen unterziehen müssen, die mich indeß, wenn ich ihrentwegen auch noch einmal so viel Mühe und Zeit hätte aufopfern müssen, sicher nie gereuen würden. Nur das will ich berühren, daß ich es ihnen verdanke, wenn ich seit geraumer Zeit für meine Neigungen keine wünschenswerthere Lage kenne, als den Beruf eines Lehrers der Mathematik an Schulen, und daß sie mich in den Stand gesetzt haben, in meinen, eben nicht wenigen und nicht unbedeutenden, Berufsgeschäften nicht Arbeit,

sondern meine Erholung und mein Vergnügen, zu finden. Dies ist daher auch unter mehrern andern Bewegungsgründen keine der schwächsten, nun in Ansehung der Philosophie eben das zu thun, was ich sonst in Ansehung der Mathematik übernommen; denn nichts hat für mich einen größern Reiz, als wichtige ja unentbehrliche, aber nach der gewöhnlichen Bearbeitung und Behandlung auch für die meisten zu schweren Wissenschaften, ohne Nachtheil ihrer Gründlichkeit und Vollständigkeit, Jünglingen angenehm und leichter zu machen. Freylich kann ich nicht wissen, ob ich mich nicht irre, indem ich mir diesen Gegenstand noch nicht ganz ins Reine gebracht habe; allein bis jetzt ist das Resultat meiner darüber angestellten Untersuchungen noch immer dies gewesen, daß die Wissenschaften, welch man unter dem Namen der reinen und angewandten Philosophie begreift, wenn sie mit der Mathematik verbunden und nach derselben erlernt werden, den gelehrten Disciplinen sich widmenden Jünglingen früh eben so leicht und angenehm seyn können, als sie ihnen wichtig und unentbehrlich sind.

Glückt

Glückt es mir daher, den in dem Vorhergehenden beschriebenen Weg bis zu dem daselbst abgesteckten Ziele mit dem beabsichteten Erfolge zurückzulegen, und fehlt es mir bis dahin nicht an Gelegenheit, in Ansehung der Philosophie ähnliche Erfahrungen zu sammlen und ähnliche Versuche anzustellen, als ich bisher in Ansehung der Mathematik habe thun können: so versuche ich dann auch auf dem andern Theile des Feldes der reinen Vernunft, quid valeant humeri quid ferre recusent. Jetzt schon dazu den Plan zu entwerfen, wäre viel zu früh, und ihn mitzutheilen, Geschwätzigkeit; allein wenn man in dem Gebiete der Wissenschaften ein gewisses Ziel ganz erreichen will, so ist es Pflicht, auch bisweilen jenseits desselben zu blicken; und so durfte ich hier jenes Vorsatzes allerdings mit ein Paar Worten gedenken. Euclideische Elemente aber werde ich mein Werk selbst dann noch nennen, wenn ich es auch bis an die Grenzen des Gebiets der Philosophie fortführte; denn die Ueberzeugung soll mir schwerlich jemand rauben, daß die Euclideische Methode die wahre und einzige Methode der reinen Vernunft ist, ob ich gleich gern zugebe, daß man sich bis jetzt eben

noch nicht sehr mit der Bestimmung der Modificationen beschäftiget hat, welche die mathematische und philosophische Methode, die im Wesentlichen dieselben sind, von einander unterscheiden.

Zum Schlusse füge ich noch hinzu, daß der Anfang mit der Herausgabe meiner Euclideischen, aber für den gegenwärtigen Zustand der Mathematik bearbeiteten, erweiterten und fortgesetzten Elemente, in der nächsten Michaelismesse gemacht, und damit von Messe zu Messe fortgefahren werden wird. Der Verleger derselben ist der hiesige Buchhändler Hr. Carl Matzdorff unter der Stechbahn.

II.

Nachrichten
von
den neuesten mathematischen Schriften

Fortsetzung der Anzeige der Anfangsgründe der reinen Mathesis vom Hrn. Hofpr. und Prof. Schulz, im 3ten Stücke, S. 247 f.

Um zur Sache zurückzukehren, so ist die angeführte dritte Erklärung, so wie auch ein großer Theil der übrigen, weiter nichts als Verbaldefinition. Wenn sind dergleichen in einem Lehrbuche der Mathematik nöthig? Mich dünkt, nur alsdann, wenn sich die Sprache der Wissenschaft auf eine solche Art oder in solchem Grade von der gewöhnlichen Sprache entfernt, daß die allgemeinen und bekannten Regeln von den Kunst- oder wissenschaftlichen Ausdrücken,

mit Ueberlegung gebraucht, nicht hinreichen, den Sinn der Wörter genau zu treffen. Nach dieser Vorschrift finde ich wenigstens die Verbaldefinitionen in den Euclideischen Elementen gewählt und aufgenommen. Hr. Schulz hat sich bey seinen Verbaldefinitionen, und die Anzahl derselben ist eben deswegen nicht geringe, nach einem andern Gesetze gerichtet. Ob er sich dadurch die Liebhaber nicht bloß gründlicher, sondern auch realer Kenntnisse in der Mathematik verpflichten werde, kommt mir nicht zu zu entscheiden: ich habe nur eine Stimme, allein diese ist wider ihn. Erklärungen ferner, wie die zwölfte, braucht man nur mit irgend einer andern weniger gesuchten, z. B. der Euclideischen, zusammen zu stellen, um über ihre Beschaffenheit auf einmal gewiß zu werden. Endlich sind die Erklärungen, nicht nur des gegenwärtigen Abschnitts, sondern auch in der Folge, selbst dann, wenn sie nicht bloße Verbaldefinitionen sind, meistens so gestellt, als ob in der Mathematik allemal der Begriff durch die Definition zuerst gegeben werde. Außer dem, was ich über diesen Punkt im 3ten Stücke in der Anmerkung S. 229 f. gesagt habe, werde ich in

der Folge Gelegenheit haben zu bemerken, was für Nachtheile damit unzertrennlich verbunden sind. Ich gehe zu den Postulaten fort.

Das erste Postulat ist mit der Anmerkung begleitet: „daß und wie dieses allgemein möglich sey, ist unmittelbar und intuitiv einleuchtend, ohne daß sich hierüber eine Vorschrift geben läßt, daher ist dieser Satz ein Postulat. (Proleg. §. 33) Ausführlicher ist dieses in meiner Prüfung der Kant. Crit. S. 221. f. f. gezeigt worden.“ Also kann man auch intuitiv erkennen, daß und wie etwas allgemein möglich sey? und unmittelbar, wozu eine doppelte Erklärung, um nur die wirklich vorhergehenden zu zählen, zu Hülfe genommen werden muß? Doch ich will mich auf den Platz der Anfänger stellen. Um gewiß zu seyn, daß ich das gelesene Postulat nach des V. Sinne verstehe, schlage ich die Erklärungen des Gleichartigen und des Quantums nach. Dinge heißen also gleichartig, sofern man auf das sieht, was in ihnen einerley ist, einerley, sofern sie nicht verschieden sind, und verschieden, sofern in dem einen etwas ist, was in dem andern nicht ist. Ein Quantum ferner ist ein Ding, in welchem Quantität statt findet, und Quan-

tität die Bestimmung, wie vielmal zur Erzeugung eines Dinges ein ihm gleichartiges mit sich selbst verknüpft werden muß. Wenn ich im Euclides lese, so finde ich, insbesondere im Anfange, nicht die mindeste Schwierigkeit, wenn ich, um mir Sätze deutlich vorzustellen, darin die Erklärungen statt des Erklärten setzen will. Hier sind zwar gleichartige Dinge, aber noch keine gleichartige Quanta erklärt worden, und daß gleichartige Quanta diejenigen sind, welche als aus einer und derselben Einheit erzeugt gedacht werden, läßt sich zwar aus Hrn. Schulz Erklärungen, wenn man mit der hierher gehörigen Ableitungs-Methode bekannt ist, herleiten; aber man findet in dem Vorhergehenden nicht einmal einen Wink dazu, und noch vielweniger die Art und Weise, wie man sich dabey zu nehmen hat. Oder bedarf es dessen für Anfänger nicht? Ist es so leicht Hrn. Schulz Postulat auf diese Art auszudrucken: Mehrere Dinge, welche man sich insgesammt durch die Verknüpfung eines und desselben Dinges mit sich selbst, erzeugt vorstellt, in Ein Ding zu verwandeln, welches sich aus eben diesem Dinge, durch die Verknüpfung mit sich selbst, er-

zeugt denken läßt? Den Zusatz: durch ihr successives Zusammennehmen, habe ich weggelassen, weil er ganz und gar nicht her gehört. Die Art und Weise, wie das in einem Postulate Geforderte möglich sey, muß ja, auch nach dem V. (Proleg. §. 33) unmittelbar einleuchtend und gewiß seyn, und darf also in dem Postulate selbst nicht angezeigt werden. Und endlich Hrn. Schulz Postulat in der angeführten Uebersetzung, deren Klang vielleicht nicht sehr reizend seyn mag, gedacht, bleibt es ein Postulat? Mich dünkt, es war sehr nöthig, daß sowohl bey diesem als auch bey dem andern Postulate in den hinzugefügten Anmerkungen ausdrücklich gesagt würde, daß es Postulate seyn sollen; denn wer das Wesen der Postulate, insbesondere aus dem Euclides, kennt, kann die gedachten wohl schwerlich zu den wahren Postulaten rechnen.

Eben so fehlerhaft sind die Axiome des gegenwärtigen Abschnitts, und können auch nicht anders seyn, da sich aus einer Menge von Stellen darthun läßt, daß der Hr. V. keinen ausführlich deutlichen Begriff von Postulaten und Axiomen zum Grunde gelegt habe. Wenn Postulate und Axiome unmittelbar evidente und ge-

wisse Sätze seyn sollen, so haben dieselben lediglich im Anfange der Elementar-Mathematik ihre Stelle, oder es sind keine der Mathematik eigenthümliche Sätze. Wenn man ein deutliches Beyspiel davon haben will, wie schwankende Bestimmungen von der Mathematik und ihren Theilen, unvermeidlicher Weise, falsche Methoden herbeyziehen, der nehme hierzu nur das, daß der Grundsatz: Das Ganze ist größer als sein Theil, von dem Hrn. V. als Lehrsatz aufgestellt ist. Daß der gegebene Beweis die völlige Form eines Beweises habe, gebe ich freylich sehr gern zu; allein daß dadurch nichts weiter dargethan werde, als: Es sey dieser Satz nach dem vorher festgesetzten Sprachgebrauche wahr; läßt sich bey einiger Ueberlegung ohne Mühe erkennen.

Und nun einige allgemeine, tiefer greifende Anmerkungen, damit ich bey dem Folgenden nicht nöthig haben möge, eben denselben weitläuftigen und unangenehmen Weg zu gehen, den ich bis jetzt habe wählen müssen.

Nach dem 36sten § der Prolegomenen fangen die Mathematiker von Erklärungen an, und geben von jeder Sache, von der sie reden wollen,

wofern sie nicht schon für sich klar ist, erst eine richtige Definition. Da dieses eine, so viel ich weiß, ganz allgemein angenommene Behauptung ist, und ich selbst dieselbe öfters zum Grunde gelegt habe *): so kann es beym ersten Anblicke sehr auffallend seyn, wenn ich dieselbe hier

*) Im ersten Bande meiner Anleitung zur Selbsterlernung der Geometrie in Briefen, der zwar erst verwichene Ostermesse erschienen, wovon aber der größte Theil schon vor drey Jahren gedruckt worden ist, sage ich S. 1: „Es unterscheidet sich also der Geometer in Ansehung der Erklärungen, von welchen er ausgeht, einmal dadurch, daß er von denselben ausgehen muß, weil er durch sie die Gegenstände seiner Untersuchung immer erst erhält." Ich will es gern gestehen, daß ich mich hier eben so als Hr. Schulz zu einer falschen Behauptung habe verleiten lassen, denn es ist keine Schande, in der Erkenntniß entweder weiter vorzurücken, oder tiefer einzudringen; allein wenn man einen Fehler selbst begangen hat, und ihn hinterher als Fehler erkennen lernt, so kennt man ihn eben deswegen auch um so viel besser, und hat, wo ich nicht irre, nicht bloß das Recht, sondern es ist sogar Pflicht, bey vorkommender Gelegenheit denselben in seinem ganzen Umfange und in seiner ganzen Größe darzustellen.

nicht nur für eine grundfalsche, sondern auch für die ganze Mathematik höchst schädliche Meinung erkläre. Ich kenne indeß das Recht, was ich zu dieser Aeußerung habe, und will es hier klar vor Augen legen; ob ich gleich auch die Seite kenne, von welcher dieses Recht sehr leicht bestritten werden kann, und sie ebenfalls nicht unberührt lassen werde.

Es fange also der Mathematiker allenthalben von Erklärungen an, und erhalte allenthalben seinen Gegenstand erst durch die Erklärung. Diesen Zusatz hat zwar Hr. Schulz nicht ausdrücklich; allein wenn man unter einer Erklärung die ursprüngliche und genaue Bestimmung des ausführlichen Begriffs eines Dinges verstehen soll, so ist damit im Grunde eben das gesagt. Woher hat denn nun der Mathematiker seine Definitionen? In dem, was ich bis jetzt über die mathematische Methode gelesen habe, erinnere ich mich nicht, daß diese Frage beantwortet sey. Aber wenn die Mathematik reine Vernunftwissenschaft seyn soll, so muß man doch wohl wissen können, woher dasjenige genommen werde, ohne welches die ganze Mathematik ein Gebäude ohne Grund seyn würde? Doch

dies bey Seite! Wenn dem Mathematiker seine Gegenstände allemal erst durch die Definition gegeben werden, so hat er sie doch auch nicht weiter, als in sofern sie durch die Definition gegeben werden können? Nun sind dieselben entweder negativ oder positiv. Durch jene erhält der Mathematiker keinen Gegenstand; und was er durch diese erhalten kann, kann nur durch Merkmale bestimmt seyn, die sich deutlich denken lassen, und durch dergleichen Merkmale wird bloß ein allgemeiner Gegenstand erschöpft. Also in der allgemeinen Mathematik läßt sich behaupten, daß von Erklärungen angefangen und die Gegenstände allemal erst durch Erklärungen gegeben werden müssen; aber mit dieser Einschränkung pflegt man jenen Satz nicht vorzutragen. Wenn man nun vollends, wie Hr. Schulz bey dem Bestreben, die Elemente der Mathematik in ein System zu bringen, wie es theils die Natur und die erhabene Würde dieser Wissenschaft, theils das Bedürfniß unsers critisch-philosophischen Zeitalters erfordert, von der allgemeinen Mathematik ausgeht, also nicht einmal Veranlassung haben kann, auf das Unbestimmte und Schwankende jener Regel zu

kommen, und dabey zur besondern Mathesis der ausgedehnten Größen nichts weiter als die Wissenschaft des Raums d. i. die Geometrie (?) rechnet: woher soll man

1. die zum Grunde zu legenden Definitionen selbst nehmen?
2. wornach den Grad ihrer Vollkommenheit bestimmen?
3. nach was für Regeln die Ordnung unter denselben festsetzen?
4. aus was für einer Quelle die Forderungen und die Grundsätze schöpfen?

„Das Wesen der mathematischen Methode besteht bloß darin, daß der Mathematiker nicht, wie der Philosoph, discursiv, sondern intuitiv verfährt, nemlich, daß er nicht, wie jener aus Begriffen schließt, sondern vielmehr seine Begriffe construirt, d. i. sie in der Anschauung darstellt, und zwar in einer nicht empirischen, von aller Erfahrung unabhängigen Anschauung a priori." (Prolegomena §. 37, S. 21. 22). Hrn. Schulz 9ter Lehrsatz heißt: Wenn die endlichen Größen a, b Irrationalgrößen sind, und b > a ist: so giebt es für jeden aliquoten Theil c, den man von a annimmt, ein solches Viel=

faches mc, daß $mc < b$, aber $mc + c > b$ ist. Beweis. Denn da $b > a$, und c ein aliquoter Theil von a ist (p. hyp.); so ist $b > c + c$ (§. 12. Zusatz 10), und c kein Maß von b (§. 29), also giebt es allemal ein solches Vielfaches mc, daß $mc < b$, aber $mc + c > b$ ist. (§. 28. Z. 3). — Ist hier auch intuitiv verfahren? nicht aus Begriffen geschlossen? Wo bleibt hier die Deutlichkeit und die Evidenz, ohne welche die Mathematik aufhört, diesen würdigen Namen zu verdienen? Wenn man sich recht lebhaft durch ein Beyspiel überzeugen wollte, wie wahr Hrn. Kants Behauptung sey: Begriffe ohne Anschauungen sind leer; der dürfte nur einen gänzlichen Anfänger in der Mathematik Hrn. Schulz Anfangsgründe, so weit ich sie bis jetzt durchgegangen bin, mit so großer Sorgfalt und Mühe er nur immer könnte, erklären. Noch ist es mir in den mannigfaltigen Lagen, in welchen ich als Lehrer der Mathematik gewesen bin, nie schwer geworden, bey meinen Schülern Lust erwecken, zu erhalten und zu vergrößern, und ihnen von alle dem, was ich ihnen in der natürlichen Ordnung beyzubringen hatte, nicht leere, sondern wahre und völlige Begriffe

zu verschaffen. Hrn. Kants Critik der reinen Vernunft, welche so viele als das schwerste und dunkelste philosophische Werk ansehen, wollte ich einem guten Theile meiner jungen Mathematiker aus der ersten Classe des Berlinischen Gymnasiums, wenn es von mir gefordert würde, wohl zu einem angenehmen und ihnen leicht verständlichen Buche machen; aber bey aller Lust, die sie zur Mathematik haben, und bey allem Eifer, welchen sie bey der Beschäftigung mit derselben beweisen, traute ich es mir nicht zu, sie jetzt, da sie Euclides Methode kennen, nach Hrn. Schulz Lehrbuch über die mathematischen Prolegomena und die allgemeinen Größenverknüpfungen zu unterrichten, so daß ihr Trieb nach wahren Begriffen befriedigt, und ihre Lust zur Mathematik nicht unterdrückt würde. Dies Urtheil wird hart klingen; aber ich urtheile über ein Buch; und ich müßte die Wichtigkeit der wahren mathematischen Methode beym Unterrichte in der Mathematik nicht kennen, und nicht wissen, woran es eigentlich liegt, daß die Mathematik so selten nach Verdienst geschätzt und getrieben wird, wenn ich zurückhaltender urtheilen sollte. Daß ich aber nicht zu hart,

sondern noch immer mit Zurückhaltung geurtheilt habe, bin ich in jedem Falle erbötig, zu beweisen, so bald es gefordert wird.

Wenn man den Vortrag der Mathematik von der Geometrie anfängt, so erlaubt es die Natur der Sache nicht, nach dem erwähnten falschen Grundsatze zu handeln; und dann ist es möglich, daß man ihn als Norm sich denke, ohne die nachtheiligen Folgen seiner Anwendung zu erfahren. Nicht ganz so verhält es sich in der Arithmetik, wiewohl auch hier, weil die Constructionen dieses Theils der Elementar-Mathematik doch noch nicht durchaus willkührliche Constructionen sind, ein großer Theil jener Folgen sich verbergen kann. Aber wenn man die allgemeine Mathematik vor der Elementar-Mathematik vorhergehen läßt, und also vom Anfang an sich in die Nothwendigkeit versetzt, jeden Gegenstand als erst durch die Erklärung gegeben zu betrachten: so ist zu große Eingeschränktheit, Einseitigkeit, Unvollkommenheit, Verkehrtheit der Methode, und also auch natürlicher Weise dessen, was dadurch herausgebracht wird, unvermeidlich. So muß man daher jenen Grundsatz nicht gebrauchen, als ihn Hr.

Schulz gebraucht hat; aber das gebe ich dagegen gern zu, weil es der Wahrheit gemäß ist, daß die Mathematik von Erklärungen ausgehen müsse, im Anfange, um das Vermögen der reinen Vernunft zu erwecken, und demselben eine solche Richtung zu geben, daß bey seiner Anwendung das Erfahrungserkenntniß-Vermögen sich gar nicht wirksam beweisen könne; und dann, um die Mittel und Grenzen an die Hand zu geben, durch welche und innerhalb welcher die Objecte der Mathematik von der reinen Vernunft erzeugt oder gefunden werden müssen.

Wenn ich auf diese Art laut sage, und nicht nur durch einzelne Beyspiele, sondern auch aus allgemeinen Gründen beweise, daß Hrn. Schulz Anfangsgründe der reinen Mathesis in den Prolegomenen und den allgemeinsten Größenverknüpfungen durchaus fehlerhaft und unzweckmäßig eingerichtet seyen: so bewegt mich dazu auch ein Nebengrund. Hr. Schulz ist einer der ersten gewesen, der zur Erleichterung und Verbreitung der Critik der reinen Vernunft von Hrn. Kant beygetragen hat, und es war seine Absicht, in seinen Anfangsgründen ein System aufzustellen, wie es das Bedürfniß unsers cri-

tisch-

tisch-philosophischen Zeitalters erfordert. Auf diese Weise ist es sehr natürlich, daß man Hrn. Schulz Lehrbuch in der Erwartung in die Hand nimmt, daraus zu lernen, wie man von philosophischen Ideen zu mathematischen Hypotyposen derselben fortgehe, und was dadurch die Mathematik für Vortheile, Erweiterung nemlich oder festere Begründung, erhalte. Auch läßt sichs wohl nicht bezweifeln, daß die Wichtigkeit und der große Einfluß, welcher von der Kantischen Critik der Vernunft und der Kantischen Philosophie überhaupt zu erwarten steht, sich zunächst und am offenbarsten in der Mathematik darstellen lassen müsse; und worin derselbe zu setzen sey, findet man oben S. 387, 388. Wie also, wenn die ersten Proben des Gebrauchs der Kantischen Philosophie in der Mathematik so ausfielen, daß sie ganz natürlich an Scaliger's Ausspruch erinnerten: il ne faut, pour réussir dans les Mathématiques, qu'un esprit lourd & pesant *)? Aber freylich, wenn Hr. Kant nichts angelegentlicheres hat, als jedem Erkenntniß-

*) Ich habe diese Worte französisch angeführt, weil ich sie aus der Histoire des Mathématiques par Montucla genommen habe.

vermögen sein Gebiet anzuweisen, und darauf zu dringen, daß es in diesem nur herrsche: so wäre es augenscheinlich die größte Ungerechtigkeit, ihn die Sünden derer büßen lassen zu wollen, die weder die Grenzen kennen, die das Feld der Anschauungen von dem der Begriffe absondert, noch gelernt haben, daß der Weg in dieses nur durch jenes gehe.

Dieses leitet mich zu einem andern Punkte. Hr. Schulz ist dafür, daß in der Mathematik die Demonstration mit aller Strenge so weit verfolgt werde, als es nur möglich ist. Wenn man dieses in der Vorrede lieset, und da natürlicher Weise voraussetzt, daß das Wort Demonstration in seinem wahren Sinne genommen worden sey: so fühlt man sich gezwungen, ihm beyzupflichten. Aber nun findet man z. B. S. 42.

Lehrsatz. 2.

Wenn man bey gleichartigen endlichen Größen zum Größern oder Kleinern Gleiches addiret: so ist die erste Summe größer als die andere, d. i. wenn $a > b$ ist, so ist $a + c < b + c$.

Beweis. Da $a > b$ ist (p. hyp.); so ist $a = b + p$ (§. 19. Z. 2), folglich $a + c = b + p + c$ (§. 19. Zus. 3) $= b + c + p$

(§. 20) = (b + c) + p (§. 21), also a + c > b + c, §. 19. Zus. 1. Vergleicht man hiermit Euclides Elemente, so findet man darin unter dem Titel, Grundsätze, bloß: Wenn man zu ungleichen Dingen gleiche setzt, so sind die Ganzen ungleich. Wer hat also nach der wahren Methode gehandelt, Euclides oder Hr. Schulz? Bestimmter ist freylich der Satz bey Hrn. Schulz ausgedruckt, und wenn Buchstaben=Ausdrücke eben solche Constructionen sind, als die geometrischen Darstellungen, so ist auch demonstrirt worden. Aber eingeschränkte Behauptungen, wo allgemeine statt haben, und Buchstaben=Prunk, wo man der mathematischen Zeichen gar nicht bedarf, ist warlich der Mühe nicht werth, die das Nachschlagen von fünf Citaten macht. Ich gebe es sehr gern zu, daß man den Anfänger in der Mathematik als ganz unwissend in reinen Vernunfterkenntnissen betrachten müsse; aber soll man sich ihn deswegen auch vorstellen, als ohne gesunde Vernunft? Oder hat man von keinem Satze eher eine deutliche und gewisse Erkenntniß, als bis man mit a + b ihn ausdrücken, mit a + b die Gründe davon angeben kann? Hr. Schulz verlangt, daß in

der Mathematik, obgleich nicht bloß in ihr, die Sprache durch wohlgewählte technische Ausdrücke und Zeichen so viel möglich abgekürzt werde, und mit Recht. Hier aber wird durch den Gebrauch der Zeichen größere Weitläuftigkeit herbeygeführt, und der Gegenstand ohne Noth weiter entfernt. Also zugegeben, daß in der Mathematik nichts behauptet werden müsse, was nicht a priori erkannt, und als a priori erkennbar dargestellt werden könne: folgt daraus, daß alles, was in ihr eine Stelle haben wolle, auch in einem gewissen bestimmten Kleide sich zeigen müsse? Und ob etwa die reine Vernunft so arm seyn mag, daß sie nicht mehr als Eine Quelle hat, woraus sie schöpft, und so ungeschickt, daß sie daraus auf nicht mehr als auf Eine Art schöpfen kann, und so ungelehrig, daß sie weiter keinen Gang gehen kann, als den sie einmal sich angewöhnt hat?

Eine der vorzüglichsten und zugleich schwersten Bemühungen des Hrn. V. ist dahin gegangen, die Materien in ihrer wahren natürlichen Ordnung vorzutragen. Da er von der wahren natürlichen Ordnung redet, so mögte man fast fragen, ob es auch eine falsche natürliche Ord-

nung in der Mathematik gebe? denn daß manchem Menschen die wahre Ordnung derselben nicht natürlich erscheine, ist freylich nicht zu leugnen. Doch das sind Kleinigkeiten, aber die Ordnung in den Anfangsgründen der reinen Mathesis selbst? Die Arithmetik soll darin die Stelle der allgemeinen Mathesis vertreten, und die ersten Abschnitte sind, 1) von ganzen Zahlen, 2) von Brüchen, 3) von den Zahlen überhaupt. Also ist das die wahre natürliche Ordnung, daß man in der allgemeinen Mathesis vom Einzelnen oder Besondern zum Allgemeinern aufsteigt? Oder soll der erste Abschnitt das Allgemeine enthalten? Dann würde vom Allgemeinsten angefangen, auf einmal zum Besondersten herabgesprungen, und nun bis zum Allgemeinen wieder hinaufgeklettert. Aber nach dem Abschnitte von den Zahlen überhaupt folgt: von einstimmigen und entgegengesetzten Größen und Zahlen. Also nun wieder etwas Speciellers! Und um ein mehr aus dem Detail entlehntes Beyspiel hinzuzufügen; ist das Ordnung der Natur, die Methode, Zifern auszusprechen und zu schreiben, nach der allgemeinen Betrachtung der Irrationalzahlen folgen zu lassen? Wer den

Satz begreifen will: Die Quantität einer Irrationalzahl läßt sich niemals genau bestimmen, muß doch wohl schon auf den niedrigern Stufen gestanden haben. — Die in der Geometrie gewählte Ordnung scheint beym ersten Anblicke weit überdachter zu seyn, und sie kann allerdings viel Mühe verursacht haben; aber eine natürliche Ordnung ist sie nicht. Wie man von einem Abschnitte zum andern komme, fällt freylich sogleich in die Augen; aber nach was für Regeln sind die einzelnen Sätze jedes Abschnittes mit einander verbunden? was für Regeln setzen in den Stand, diese Sätze in der Ordnung selbst zu erfinden, in welcher sie hier stehen? Nur dann, wenn diese Regeln der Zahl nach sehr wenige, ihrem Sinne nach allgemein verständliche, und in Ansehung ihrer Erfindung solche Regeln sind, daß sie sich während der Beschäftigung mit der Mathematik, sobald man sie braucht, von selbst darbieten, und zwar mit der Art ihrer Anwendung; dann erst hat man ein Recht, seiner Ordnung den Namen der wahren und natürlichen Ordnung beyzulegen.

Sollen die Elemente der Mathematik in ein System gebracht werden, wie es die Natur und

die erhabene Würde dieser Wissenschaft erfordert: so kommt es dabey freylich nicht allein, aber doch vorzüglich auf die Anordnung der Theile an, und es wird daher der Mühe nicht unwerth seyn, hier noch eines zwiefachen Umstandes zu gedenken. Hr. Schulz hat durch sein ganzes Lehrbuch hindurch die Erklärungen, Forderungen und Grundsätze zwischen den Lehrsätzen und Aufgaben vertheilt, und jede Satzung besonders gezählt. Er hat in dieser Methode unter andern den Hrn. Geh. R. v. Segner zum Vorgänger. Um so eher frage ich: Ist dieses in einer reinen Vernunftwissenschaft wahre und natürliche Methode? Auf Euclides Elemente will ich mich hier nicht berufen, theils weil ich solches schon einige Mal gethan habe, theils um den Vorwurf zu vermeiden, als sey mir Euclides blind zu befolgendes Muster, welches er mir eben so wenig als Hrn. Schulz ist. Aber da die reine Vernunft keine Gegenstände gegeben erhält, sondern diejenigen, bey welchen sie sich, erkennend, wirksam beweisen will, selbst schaffen muß: so ist unstreitig das der natürliche Weg, wenn man jedesmal erst die zu untersuchenden Gegenstände selbst, so weit als die vor-

handenen Mittel hinreichen, aufsucht, und nach den sich dabey darbietenden Merkmalen deutlich denkt; dann die Wege ausspäht und merkt, auf welchen jene Gegenstände in einer solchen Beschaffenheit erhalten werden, daß sie der Wahrnehmungskraft offen da liegen; nun die Regeln festsetzt, nach welchen diese Wahrnehmungskraft geleitet und unterstützt werden kann; und dann endlich, nachdem man sich Stoff und Hülfsmittel verschafft hat, die Bearbeitung dieses Stoffs selbst anfängt. Wenn ich die Euclideische Ordnung allen andern vorziehe, so geschieht es lediglich deswegen, weil ich diese Kennzeichen desto mehr bey ihr antreffe, je länger und je mehr ich sie untersuche; und wenn, a posteriori zu urtheilen, das ein Kennzeichen der Natürlichkeit einer Anordnung ist, daß sie auf einmal und ohne Mühe übersehen und gefaßt wird: so kenne ich auch die Güte der Euclideischen Anordnung, eben so als die Verwerflichkeit aller von ihr abweichenden, aus mehrern keinem Zweifel ausgesetzten Proben.

Eben so wenig als ich auf diese Art die von Hrn. Schulz gewählte Ordnung, im Ganzen genommen, billigen kann, eben so wenig finde

ich mich veranlaßt, ihm meinen Beyfall zu geben, wenn er z. B. mehrere Beweise eines und desselben Satzes anführt. Dies ist unter andern bey dem bekannten Pythagorischen Theoreme geschehen. Von den drey daselbst vorgelegten Beweisen setzen zwey bloß die Lehre von der Gleichheit, der eine aber die Lehre von der Aehnlichkeit der Figuren voraus; gleichwohl sind jene Beweise zuletzt und dieser zuerst gesetzt. Auch kann ich, um dies gelegentlich zu berühren, Hrn. Schulz nicht zugeben, daß diese drey Beweise unter den vier und zwanzigsten, welche man wenigstens von diesem Satze hat, die vorzüglichsten seyen. Der erste und zweyte sind dieses Beyworts werth; aber statt des dritten würde ich, wenn ich mich über die Gründe, die mich dazu bewegen, ohne Weitläuftigkeit erklären könnte, den von Hrn. Kies wählen, der aber, weil er Differenzial- und Integral-Rechnung voraussetzt, freylich noch nicht her gehörte.

So viel von der Ordnung; nun einiges von der Berichtigung der Grundbegriffe, worauf Hr. Schulz ebenfalls viel Sorgfalt verwandt zu haben versichert. Ich setze zur Probe die

zweyte Erklärung aus den Anfangsgründen der Trigonometrie her. „Wenn man durch die Schenkel eines Winkels ACB *) mit einem beliebigen Radio CA einen Kreis, und vom Endpunkte B auf den Durchmesser AD die senkrechte Linie BE zieht; so heißt BE der Sinus, EA der Sinus versus des Winkels ACB, oder des Bogens AB, und der Radius CA heißt der Sinus totus. Richtet man AF auf dem Durchmesser AD senkrecht auf, und verlängert sie, bis sie mit dem Schenkel CB in F zusammenstößt: so heißt AF die Tangente, und CF die Secante des Winkels ACB oder des Bogens AB, und stoßen AF, CG nie zusammen; so heißen die unendlich großen Linien AF, CG die Tangente und Secante von ACG oder AG. Den angenommenen Radius oder Sinus totus CA drückt man gewöhnlich durch r aus." Nun nehme ich Hrn. Klügels analytische Trigonometrie, Braunschweig 1779, zur Hand, und finde darin S. 2 bis 4 folgendes: — Winkel und Linien sind ungleichartige Größen, welche mit einander nicht können verglichen werden. Man muß statt der

*) Man vergleiche die 25ste Figur auf der 7ten Tafel beym vorhergehenden 4ten Stücke.

Winkel entweder die ihnen proportionalen Bogen des Cirkels, worauf sie für einen gegebenen Halbmesser stehen, oder solche Verhältnisse gerader Linien, woraus die Größe eines Winkels sich bestimmen läßt, in die Rechnung hineinbringen. Jenes kann nicht recht wohl anders geschehen, als wenn die Bogen wiederum mit geraden Linien bequem können verglichen werden, oder wenn die Bogen ohne Ende klein sind; daher ist die letztere Methode brauchbarer, wodurch in der Rechnung nur gerade Linien zusammen kommen. Die geraden Linien, deren Verhältnisse jeden Winkel zu bestimmen dienen, sind am einfachsten die Seiten eines rechtwinkligen Dreyecks. Denn in dem bey A rechtwinkligen Dreyecke BAC*) ist der Winkel C bestimmt, sobald man das Verhältniß der Seiten AB : BC, oder AC : BC, oder AB : AC festsetzt, und umgekehrt. Ein schiefwinkliges Dreyeck, worin der Winkel A für einen veränderlichen C immer derselbe bliebe, leistet dieses nicht allgemein ohne Zweydeutigkeit, und man würde das Verhältniß zwischen einem Paar von desselben Seiten

*) Man nehme hierbey die 6te Figur der 1sten Kupfertafel des 1sten Stücks zur Hand.

nicht unmittelbar und so bequem in das Verhältniß eines andern Paars verwandeln können, als man es bey den rechtwinkligen vermittelst des Pythagorischen Lehrsatzes thun kann. Deswegen ist zu der gegenwärtigen Absicht das rechtwinklige Dreyeck einzig brauchbar. Es ist gleichgültig, wie groß man die Seiten desselben annehmen will, weil für denselben Winkel die gleichnamigen Seiten einerley Verhältniß behalten, und bey einerley Verhältnisse der Seiten der Winkel C derselbe bleibt, wie auch die Größe der Seiten verändert werden mag. — Das Verhältniß AB : BC, oder der Quotient $\frac{AB}{BC}$ heißt der Sinus des Winkels C, der AB gegenüber liegt; der Quotient $\frac{AC}{BC}$ ist der Cosinus des Winkels C, der an AC liegt, oder der Sinus des gegenüber liegenden Winkels B, der von C das Complement zu einem Rechten ist. Der Quotient $\frac{AB}{AC}$ heißt die Tangente des Winkels C, der AB gegenüber und an AC liegt, und der umgekehrte Bruch $\frac{AC}{AB}$ ist die Cotangente dieses Winkels, oder die Tangente des

Winkels C, des Complements von A. — Wer hat hiernach die Grundbegriffe der Trigonometrie berichtigter vorgetragen, Hr. Schulz im Jahr 1790, oder Hr. Klügel eilf Jahre vorher? Ob es auch der Berichtigung der Grundbegriffe wegen seyn mag, daß S. 120 von den geraden Wurzeln aus negativen Zahlen gesetzt worden: Die Ausdrücke $\sqrt{-1}$, $\sqrt[4]{-16}$ und überhaupt $\sqrt[2n]{-a}$ bedeuten also eben so viel, als ein viereckiger Kreis? Wenn dazu gesetzt wird: Indessen sind diese Ausdrücke in der höhern Mathematik von großem Nutzen, und man nennt sie daher unmögliche oder imaginäre Zahlen; so findet man darin gewiß eben so wenig Grund, die beobachtete Genauigkeit zu bewundern. Und zu diesen beyden Beyspielen ließen sich andere hinzufügen, wo die sogenannte Berichtigung in weiter nichts als in zu großer Einschränkung besteht; allein es würde weder Hrn. Schulz noch meinen Lesern angenehm seyn, wenn ich nicht zum Schlusse meiner Anzeige eilte. Also nur noch von einem Umstande, und dann etwas weniges zu meiner Rechtfertigung wegen dieser Anzeige, im Fall es deren bedürfen sollte.

Noch habe ich es nicht versucht, und werde es auch nach dem S. 413, 414 gefällten Urtheile schwerlich versuchen, jemanden nach Herrn Schulz Anfangsgründen in der Mathmatik zu unterrichten. Allein den günstigsten Fall angenommen, das heißt, gesetzt, daß ein angehender und nach Hrn. Schulz Lehrbuche unterwiesener Mathematiker an der darin befolgten Methode Geschmack finde, und vom Anfang an bis zu Ende alles fasse, sich einpräge und geläufig mache; wird derselbe mit jedem Schritte seinen Blick verstärkt und seine Denkkraft vergrößert fühlen? wird er nicht bloß überzeugt, sondern auch aufgeklärt werden? wird er beständig wissen, wo er sey, woher er komme und wohin er gehe? wird er selbst von dem Wege, den ihn sein Führer absteckt, urtheilen, und einen sicherern Weg wählen können, wenn er diesen nicht gut findet? Ich zweifele, und zwar unter andern auch deswegen, weil durch das ganze Buch hindurch die Gegenstände nach einer und derselben Form, die gleichwohl nichts weniger als wesentliche Form ist, behandelt worden sind. Aber alsdann fehlte Hrn. Schulz Lehrbuche die Eigenschaft, ohne welche es auch

die meisten von den übrigen, einem der Natur der Mathematik gemäß eingerichteten Lehrbuche unentbehrlich nothwendigen, Eigenschaften auf keine Weise haben kann; und so mag ich dasselbe betrachten von was für einer Seite ich will, allenthalben zeigen sich mir weit größere Mängel und Unvollkommenheiten, als wahre und anlockende Vorzüge.

Gleichwohl ist dieses Werk, nach Hrn Schulz Versicherung, die Frucht eines mühsamen Nachdenkens vieler Jahre, und sein Urheber als Philosoph aufs rühmlichste bekannt. In Ansehung dieses letztern Punktes kann ich mich Hrn. Schulz nicht zur Seite stellen, allein was die Beschaffenheit eines Lehrbuchs der Mathematik und das Wesen der mathematischen Methode betrifft, so habe ich dem Nachdenken darüber gewiß nicht weniger Zeit gewidmet, und als Schullehrer alle Gelegenheit gehabt, die ich mir wünschen konnte, Erfahrungen und Versuche mit dem Nachdenken zu verbinden. Was meinen Tadel betrifft, so habe ich denselben nicht gesucht, vielmehr den größten Theil der Stellen, die mich dazu bewogen, nicht einmal angeführt, und in der That nicht die behalten, welche mir den meisten

Stoff darzubieten schienen. Fast mögte ich daher annehmen, daß ich nicht im Stande gewesen sey, Hrn. Schulz Standpunkt auszuspähen, und daß sein Lehrbuch lauter schiefe Seiten mir zeige, weil ich es selbst schief gestellt. Wer weiß, wie leicht es sey, bey einzelnen Gegenständen zu irren, wird wenigstens, ehe er meinem Urtheile Glauben beymißt, erst diesen Fall annehmen; und hoffte ich nicht, daß es Hrn. Schulz nicht an Mitteln, meinen Tadel zu entkräften, mangeln werde, so hätte ich schwerlich so ohne Zurückhaltung meine Meynung mitgetheilt, als ich es gethan habe. Wenn Urtheile über eine Sache einander entgegenstehen, so liegt meistens die Wahrheit mitten inne, aber um die Mitte am leichtesten, sichersten und schnellsten zu entdecken, müssen beyde Extreme deutlich vor Augen gestellt werden. Nachdem ich dieses hier hinzugesetzt habe, bleibt mir weiter nichts übrig, als an die Versicherung im dritten Stücke S. 257 zu erinnern: Erwünschters wüßte ich nichts, was mir zu Theil werden könnte, als daß man meinen Versuch Euclideischer Elemente der gesammten Mathematik mit eben der Schärfe und Strenge, aber auch

mit

mit eben der Gesinnung und Wahrheitsliebe prüfte, die ich bey der bisherigen Mittheilung meiner Gedanken über Hrn. Schulz Lehrbuch bewiesen haben würde.

Berlin und Libau, bey Lagarde und Friedrich. Anleitung zur Buchstabenrechnung und Algebra für diejenigen, welche der Gelegenheit zum mündlichen Unterricht beraubt, selbige durch eigenen Fleiß erlernen wollen, in Briefen, von Joh. Andr. Chr. Michelsen. Erster Theil, welcher die Lehre von den einfachen Veränderungsarten und von den Gleichungen des ersten und zweyten Grades enthält. Zweyte ungeänderte Auflage. 1790. 597 S. 8. 1 rthl. 8 gr.

„Von tausend Exemplaren der ersten Auf„lage dieses Buchs waren ungefähr noch 500 „übrig, denen hier ein neuer Titel vorgedruckt „ist, ohne daß sonst etwas im Buche selbst um„gearbeitet worden wäre. Was den Verf. zu „dieser Titeländerung bewogen habe, meint er, „könne Niemand interessiren. Dies überhebt „uns denn freylich der Frage, warum es ge„schehen sey. Wir wünschen indessen, daß auch

„diese 500 Exemplare, die nun durch die Jahr-„zahl 1790 von neuem die Erlaubniß erhalten „haben, im Meßkatalog zu erscheinen, (nur „sollte in demselben nicht statt ungeänderte Auf-„lage, wie doch auf dem Titel steht, umgeän-„derte stehen) sich auch bald vergreifen mögten. „Dann würde der Verfasser bey einer wirklich „neuen Auflage vielleicht auf verschiedene Ab-„kürzungen bedacht seyn, die den Werth dieses „Buchs unstreitig erheben würden. Denn wir „können nicht umhin zu bemerken, so sehr wir „die Verdienste des Hrn. Verf. schätzen, daß „uns die Art der Darstellung in diesem Buche, „so wie überhaupt die Briefform nicht sonder-„lich vortheilhaft scheint, Neigung zur Algebra „einzuflößen, wenn der Lehrling in 29 Briefen, „die hier fast 600 eng gedruckte Octavseiten an-„füllen, dennoch nicht weiter als bis auf die „Gleichungen vom zweyten Grade ! geführt „wird. Zu wie viel Bänden wird dies Buch „bey dieser Behandlungsart nicht erwachsen „müssen. Selbst ein mündlicher Vortrag wür-„de einschläfernd seyn, wenn er bey Gegenstän-„den, die sich vollkommen deutlich mit ein Paar „Worten abfertigen lassen, so weit sich ins De-

„tail einließe, als hier geschehen ist. Wer ein„mal Neigung zur Algebra empfindet, ist durch „die Elementar-Mathematik immer schon so „vorbereitet, daß ein Buch nur halb so stark „als gegenwärtiges seyn dürfte, um ihn voll„kommen zu befriedigen. Nur durch eine licht„volle Kürze in der Darstellung mathematischer „Gegenstände kann der Lehrling gereizt werden, „weiter zu gehen, und das Vorurtheil zu ver„lassen, daß die Mathematik ein trockenes Stu„dium sey. Wir hoffen nicht, daß der Hr. V. „dem Recensenten diese Erinnerungen verargen „wird, die er auch seinem besten Freunde nicht „vorenthalten würde. Wir halten es aber auch „für unsere Pflicht, den lobenswürdigen Eifer „zu erkennen, mit dem der Hr. V. nützliche „Wahrheiten zu verbreiten sucht."

Ich wüßte in der That keinen Grund, warum ich den mir unbekannten Hrn. V. vorstehender aus dem XXVIIIsten Stücke der Erlangischen gelehrten Zeitung von diesem Jahre hergesetzten Anzeige seine Erinnerungen verargen sollte. Selbst wenn mein Urtheil von dem seinigen durchaus verschieden wäre, müßte ich doch die Art billigen, mit welcher er es mitgetheilt hat.

Allein man lege es mir aus, wie man wolle, ich sage es aufrichtig, daß mir der Hr. V. als Kenner zu urtheilen scheint, und daß mir sein Tadel weit schätzbarer ist, als mehrere von den Lobsprüchen, welche einige andere mir ertheilt haben. Wenn ein Autor keine übertriebene Vorliebe für seine Schriften hat, so ist er selbst unstreitig am besten im Stande, seine Arbeiten zu beurtheilen. Ich halte meine Briefe über die Algebra zu der Absicht, in welcher ich sie geschrieben habe, auch jetzt noch, nicht unzweckmäßig eingerichtet. Da der Hr. V. der mitgetheilten Anzeige bloß meine Ausführlichkeit tadelt, aber dabey meines Eifers, nützliche Wahrheiten zu verbreiten, gedenkt: so wird er wahrscheinlich hierin mit mir übereinstimmen, wenn ich dazusetze, daß ich mir bey der Verfertigung meiner Briefe über die Algebra Leser vorgestellt habe, die aus mehrern Gründen eine weitläuftige Auseinandersetzung einer kürzern Darstellung vorziehen. Sobald ich mit Lehrlingen zu thun habe, die durch die Elementar-Mathematik so weit vorbereitet sind, als der Hr. V. annimmt, und billig jeder vor der Erlernung der Algebra vorbereitet seyn sollte; und diese in

der Algebra eine von meinen Schriften brauchen wollen: so schlage ich ihnen, nicht meine Briefe, sondern meine Anfangsgründe der Buchstabenrechnung und Algebra vor, wo ich auf 400 eben nicht eng gedruckten Seiten die ganze gemeine Algebra abgehandelt, und in der Lehre von den Proportionen, Progressionen und Logarithmen zu einer vollständigen und hier und da neuen Auseinandersetzung dieser Gegenstände angewandt habe. Auch habe ich mehrern, die meine Briefe lesen wollten, wenn sie weiter waren, als diejenigen, die ich dabey vor Augen gehabt hatte, selbst gesagt; ich glaubte, daß dieselben für sie zu weitläuftig seyn würden. Diese Erklärung wird, wie ich hoffe, den Hr. V. und jeden meiner Leser davon überzeugen, daß ich, so wie beym Vortrage der Mathematik überhaupt, also insbesondere bey dem der Algebra, Kürze der Weitläuftigkeit vorziehe, und diese nur dann billige, wenn sie der Lehrlinge wegen nöthig ist. Uebrigens gestehe ich auch, daß ich allerdings aus einem zwiefachen Grunde bisweilen nicht so kurz mich fasse, als es geschehen könnte. Einmal ist es natürlich, daß ein Lehrer, der Jahr aus Jahr ein erste Anfänger un-

terrichten muß, bey dem Vortrage der ersten Anfangsgründe eine Ausführlichkeit sich angewöhnt, die für jeden, der nicht mehr zu den ersten Anfängern gehört, Weitläuftigkeit ist; und dann trägt auch wohl das etwas bey, daß ich in der ganzen reinen Mathematik keinen mündlichen Unterricht genossen habe. Da ich dieses weiß, so ist es mir angenehm, wenn man mich auf einen Fehler aufmerksam macht, den ich, bey größerer Vorliebe für meine Arbeiten, vielleicht nicht einmal als einen Fehler anerkennen würde; und ich betrachte daher jeden mir ertheilten Wink, nicht als Tadel, den ich übel aufnehmen, sondern als Belehrung, die ich zu befolgen suchen müsse. Bey dieser Gesinnung und Denkart wird man mir nun aber hoffentlich auch eine Bitte gewähren, deren Erfüllung mir sehr angelegentlich ist. Sie ist diese: Nicht zu glauben, daß ich das Gängelband, welches ich bey Kindern brauche, um sie vorm Fallen zu bewahren, auch Jünglingen und Männern darreichen würde. Diese Bitte thue ich insbesondere an diejenigen, welche die in den vorhergehenden Stücken mitgetheilte Probe meiner Euclideischen Elemente lesen und davon aufs

Ganze schließen wollen. Meine Briefe über die Algebra würden, wenn ich sie fortsetzte, nicht zu vielen, sondern nur zu zwey Bänden erwachsen, und mein Lehrbuch der gesammten Mathematik, welches ich unter dem Titel: Euclides Elemente, für den gegenwärtigen Zustand der Mathematik bearbeitet, erweitert und fortgesetzt, herausgeben werde, soll bey aller Ausführlichkeit im Anfange der Bogenzahl nach schwächer werden als jedes andere was wir haben, und gleichwohl mehr enthalten, und ohne und bey mündlicher Unterweisung darnach leichter zu gebrauchen seyn. Wäre ich nicht hiervon aufs vollkommenste überzeugt, so schriebe ich dies Lehrbuch nicht, und setzte eben so wenig jene Briefe fort, auch wenn es mehrere ausdrücklich von mir verlangten. Denn es wäre in der That das thörichtste Verfahren, was sich denken ließe, in der Absicht zu schreiben, die Verbreitung einer höchst nützlichen Wissenschaft zu befördern, und dabey sich so zu nehmen, daß sogar Lernbegierige abgeschreckt oder doch eingeschläfert werden müßten. Aber diesen Erfolg habe ich wenigstens bey meinem mündlichen Unterrichte noch nicht wahr-

genommen, dessen Güte ich doch, wie ich schon mehrmals öffentlich gesagt habe, lediglich nach dem Grade der Aufmerksamkeit beurtheile, welche meine Schüler, ohne äußere Reize, beweisen. Wenn jemand meinem Unterrichte in der dritten und zweyten Classe des Berlinischen Gymnasiums in den ersten Stunden eines jeden Cursus beywohnen wollte, so würde er viel Veranlassung haben, meinen Gang einen Schneckengang zu nennen. Der selige Moses Mendelssohn, dessen ältester Sohn von seinem achten Jahre an bey mir Geometrie lernte, gieng noch weiter, und nannte meine Methode, ehe sich die Früchte davon zeigen konnten, unzweckmäßig. Um so angenehmer aber konnte es mir seyn, daß er, als ich ohngefehr nach einem Jahre mit dem ersten Buche des Euclides zu Ende gekommen war, und ich ihm nun Gelegenheit gab, aus unzweydeutigen Proben meine Methode in ihrem Erfolge kennen zu lernen, offenherzig sagte: Er habe nicht geglaubt, daß ein Kind von dem Alter so viel Geometrie wissen könne, und seine Erwartung sey sehr übertroffen, da er bloß gewünscht habe, seinen Sohn zur Erlernung der Geometrie vorbereitet zu fin-

den. Eben dieser verehrungswürdige Mann antwortete zu einer andern Zeit jemanden, der meinen Gang mit ersten Anfängern in der Mathematik einen Schneckengang nannte: Ich gienge nicht den Schnecken- sondern den Elephanten-Gang, anfänglich so langsam, als fehlte es mir an Kraft, aber in der That, um in der Folge mit desto stärkern Schritten forteilen zu können. In den ersten drey Stunden bin ich dieses Jahr mit den Berlinischen Gymnasiasten der dritten und zweyten Classe etwa bis zur Erklärung der geraden Linie gekommen; allein geschlafen hat keiner; und in der zweyten Classe habe ich zu den 20 letzten Sätzen des ersten Buchs der Euclideischen Elemente noch nicht volle drey Stunden, und in der dritten zu dem directen Beweise des 8ten Satzes, welchen man in Hrn. Kästners Anfangsgründen findet, den Aufgaben im 9 — 12ten Satze und dem darauf im 13ten folgenden Lehrsatze nicht mehr als eine Stunde gebraucht; und dabey verlange ich von meinen Schülern nicht bloß, daß sie einigermaßen gefaßt haben sollen, ehe ich weiter gehe, sondern daß sie leicht und ganz gefaßt haben; ich verlange sogar, daß sie unter

meiner Leitung selbst finden sollen. Rousseau sagt, wo ich nicht irre: Die größte Kunst eines Lehrers sey, daß er wisse, Zeit zu verlieren. Der Satz: Pecuniam in tempore negligere lucrum est, drückt für einen andern Fall dasselbe aus, was Rousseau sagen wollte, nur nicht mit so vielem Schein des Paradoxen. Wenn ich mich irgend einer der geringen Lehrer-Fertigkeiten, die ich mir erworben habe, rühmen sollte, so würde ich vor allen andern die dazu wählen, daß ich im Stande bin, langsam zu seyn, so oft Langsamkeit ein Mittel werden kann, sich die Kraft und die Geschicklichkeit zu erwerben, da mit schnellen Schritten vorwärts zu eilen, wo diejenigen, die anfänglich liefen, mit matten Füßen fortkriechen. Uebrigens kann ich es Niemanden verdenken, wenn er mir diese Fertigkeit höchstens nur in einem sehr geringen Grade zutraut. Denn öffentlich habe ich mich mit meinen Schülern noch nicht anders gezeigt als so, daß sie bloß als erste Anfänger, und ich als ein solcher erscheinen mußte, der weiter keinen Gang als den der Schnecke kennt. Auch habe ich mich noch nie anders als im Allgemeinen über die mancherley Rücksichten erklärt, welche, meiner

Meynung nach, ein Lehrer der Mathematik bey der Erklärung der ersten Anfangsgründe unverrückt vor Augen haben muß; weil ich glaubte, es würden dieselben schon ohnedem bekannt seyn. Ich werde nächstens dazu ein und das andere Beyspiel, ausführlich entwickelt, zur Beurtheilung vorlegen.

Nürnberg und Altdorf, bey Schneider. Geodäsie oder Anweisung zum Feldmessen, zum Gebrauch auf Schulen. Von Johann Leonhard Späth, Prof. der Mathem. und Physik zu Altdorf. Mit Kupf. 1790. 8.

Der Hr. V. sagt in der Einleitung: Die Geodäsie schränkt sich nur auf die Abmessung der Ausdehnung eines Stücks Landes ein, das in Vergleichung mit der ganzen Oberfläche der Erde als äußerst klein angesehen werden darf, und lehret die Figur eines solchen gegebenen Stücks Landes finden. Die Regeln, welche sie uns hierbey vorschreibt, sind die einfachsten und sichersten, und zielen alle samt und sonders dahin ab, daß man bey dem abzumessenden Terrein darauf antrage, auf eine Ebene eine Figur aufzureißen, welche der geometrischen Figur

desselben so viel als möglich ähnlich seye, aus welcher nachher auf verschiedene Arten der Flächen-Inhalt desselben hergeleitet werden kann. So wie man hieraus den Gesichtspunkt des Hrn. V. kennen lernen kann: so wird folgender Auszug in den Stand setzen, den Plan zu übersehen, welchen er bey gegenwärtiger Schrift vor Augen gehabt hat. Zuvörderst also werden Einleitungsweise im ersten Theile, der aber von der Einleitung nicht weiter abgesondert ist, von S. 4—57 die geometrischen Kenntnisse berührt und mitgetheilt, welche der Feldmesser bey seinem Geschäfte braucht. Sie sind unter folgende Titel gebracht: 1) von geometrischen Linien, Winkeln und Figuren; 2) über einige Eigenschaften geometrischer Linien und Figuren, welche insbesondere in der Geodäsie ihre Anwendung finden; 3) Vergleichung dreyeckiger Figuren in Absicht auf die Aehnlichkeit und Gleichheit derselben; 4) Gründe der geradlinigen Dreyeckmessung; 5) Gründe, auf welchen jene Zahlen beruhen, welche man Logarithmen heißt. Der zweyte Theil enthält hierauf die Praxis des Landmessers auf dem Felde und Papier, und handelt im ersten Abschnitte von geodätischen

Maßen (Längen- und Winkel-Maßen) und Werkzeugen, einmal solchen, mit welchen Linien auf dem Felde gemessen und abgesteckt werden; zweytens denen, welche zur Bestimmung des Maßes einer gegebenen Länge auf dem Papiere dienen; drittens von denen, womit Winkel auf dem Papiere, und viertens von denen, womit Winkel auf dem Felde gemessen werden. Die nun folgenden Abschnitte führen die Ueberschriften: Werkzeuge, durch welche der abzumessende Winkel vermittelst der Kreislinie sich ergiebt; Werkzeuge, vermittelst welcher die Neigung zweyer Vertical-Ebenen, welche man sich von einer Stelle aus, nach zweyen entfernten Gegenständen denkt, gemessen wird; Gebrauch dieser Werkzeuge, die Neigung beyder gegebenen Vertical-Ebenen zu messen; die Boussole als Winkelmesser; Werkzeuge, durch welche die Neigung mathematischer Linien, welche man sich auf dem Felde denken mag, abgemessen werden kann; Gebrauch dieser Werkzeuge zum Winkelmessen; von Nivellir-Instrumenten; Werkzeuge, durch welche die Größe eines auf dem Felde abgemessenen Winkels, vermittelst einiger trigonometrischen Linien des

Kreises sich ergiebt; von Chordenmessern und ihrem Gebrauche; von Tangentenmessern und ihrem Gebrauche; Werkzeuge, durch welche sich der auf dem Felde abzumessende Winkel durch Zeichnung ergiebt; Gebrauch des Meßtisches und der Winkel-Scheibe auf dem Felde; einige der gewöhnlichsten Arbeiten des Landmessers auf dem Papier; Eigenschaften einiger auf dem Papier gezeichneten geometrischen Figuren in Rücksicht auf ihre Flächen. Der zweyte Abschnitt, welcher in der bevorstehenden Michaelismesse erscheinen soll, wird, nach des Hrn. V. Anzeige, die Verbindung der geodätischen Operationen enthalten, welche bey geodätischer Aufnahme eines Grundstücks sowohl als eines ganzen Landes nöthig sind. Ferner soll darin geredet werden von der vortheilhaften Art, den Grundriß eines abgemessenen Stück Landes zu verfertigen; die Fläche desselben zu berechnen, und überhaupt alle diejenigen Arbeiten mit demselben vorzunehmen, welche die Absicht, so man bey Abmessung eines Stück Landes haben mag, nothwendig machen. Dem gegenwärtigen ersten Abschnitte ist noch ein Verzeichniß beygefügt worden von einigen geometrischen Instrumenten, welche der

Hr. B. in seinem Laboratorio entweder selbst verfertiget, oder auch von andern Künstlern durch ihn Kennern und Liebhabern verschafft werden können, und außerdem auch eine Tabelle vor die Winkel, die allezeit zwischen zweyen gleichen Seiten, deren eine jede 30 Schuh ausmacht, enthalten sind. Nun einige Anmerkungen.

Der erste Theil scheint mir gänzlich überflüssig da zu stehen. Wer die wenigen Sätze der Elementar-Mathematik noch nicht einmal gelernt hat, welche darin vorgetragen sind, ist zur Erlernung der Feldmeßkunst ganz untüchtig. Man urtheile selbst, was für Geschicklichkeit der haben könne, praktische Anwendung der Geometrie zu fassen, dem noch der Satz beygebracht werden muß: In jedem Vierecke ist die Summe aller Winkel gleich vier rechten Winkeln? Gleich darauf ist sogar daraus ein besonderer Satz gemacht worden, daß in einem Trapezio die Summe der beyden an einer von den einander nicht parallelen Seiten liegenden Winkel der Summe der beyden an der andern von diesen Seiten liegenden Winkel gleich sey. Und dazu nun die Art des Vortrags genommen!

z. B. In einem jeden rechtwinklichten Dreyecke CDB (den rechten Winkel bey D gedacht) ist das Quadrat der Seite CB gerade so groß, als die Summe der Quadraten der beyden andern Seiten DB und DC zusammen genommen. Man heißt die Seite CB auch die Hypothenuse, und die beyden andern Seiten Catheten. (In der am Ende angehångten Tabelle steht Cathedus) Es kann also eben angezeigter Satz auch folgendermaßen gesetzt werden: das Quadrat der Hypothenuse ist gleich den Quadraten der beyden Cathetorum zusammen genommen. Dieser Satz, welchen man insgemein nach seinem Erfinder den Pytagorischen heißt, låßt sich auch durch diesen Ausdruck anzeigen, nemlich

$$BC^2 = DB^2 + CD^2; \text{ d. i.}$$

$$BC = \surd(DB^2 + CD^2).$$

Beweis. Wir wollen indessen annehmen, und weiter unten den Satz erweisen, daß ein Dreyeck, welches mit einem Parallelogram einerley Grundlinie und einerley Höhe hat, seinem geometrischen Inhalte nach gerade so groß als dieses sey, u. s. w. Ferner: Die Trigonometrie lehret, wie man Verhåltnisse unter den Seiten und Winkeln eines Dreyecks aufsuchen und aus

einigen

einigen an denselben bekannten Stücken andere unbekannte finden soll. Zu dieser Absicht nun bedient sich dieselbe gewisser gerader Linien, welche in und an die Kreislinie gezogen werden, welche auch aus dieser Ursache trigonometrische Linien genannt werden. Dergleichen Linien sind nun nach Fig. 26, Tab. VII. folgende.

Es heißt nemlich die Linie

aC	der Durchmesser oder Diameter des Kreises HBAGaH	
AC	Halbmesser, oder Radius, oder sinus totus	
BD	Sinus	des Winkels ACB,
CD	Cosinus	
EA	der Tangens	
HK	Cotangens	
CE	Secante	
CK	Cosecante	
AD	Sinus versus	
BG	Chorde des Winkels BCG.	

In was für einer Gestalt müssen die Theoretiker und die Theorie dem Praktiker erscheinen, der aus solchen Einleitungen seine Vorbereitung schöpfen soll? Noch nicht einmal die Elemente der reinen Geometrie, also viel weniger die der

Arithmetik und der vermischten Geometrie findet man hier, geschweige die weitere Verarbeitung der Elementar-Kenntnisse, wie sie vor der praktischen Anwendung nothwendiger Weise vorhergehen muß. Daß aus der Natur des Gegenstandes der Geodäsie und der dabey statt findenden Absicht, die Art, die Menge und der Grad der Vollkommenheit aller zur wirklich praktischen Behandlung dieses Gegenstandes nöthigen wissenschaftlichen Kenntnisse aufgesucht, und entweder vollständig vorgetragen oder besser in ihren eigentlichen Quellen nachgewiesen würden; daß eine Anleitung folgte, alle diese wissenschaftlichen Kenntnisse für jeden gegebenen wirklichen Fall zu individualisiren und demselben genau anzupassen; daß ein Unterricht ertheilt würde, wie diese Kenntnisse nunmehr zur wirklichen Erreichung der verschiedenen Zwecke, welche die Geodäsie zu beabsichten befiehlt, zu gebrauchen seyen; daß sichere Methoden gelehret würden, nach welchen die jedesmal eingeschlagenen Wege geprüft, und im nöthigen Falle verbessert und ergänzt werden könnten: wäre freylich auch in einer Anweysung zum Feldmessen zum Gebrauch auf Schulen, und in einer sol-

chen Anleitung vielleicht vorzüglich, was man zu verlangen und zu erwarten ein Recht hätte; allein wie wenig trifft man in der gegenwärtigen Anweisung davon an? Daß so viele Praktiker Verächter der Theorie sind, rührt sicher größtentheils davon her, daß sie in der Theorie nach Anleitungen, wie die des Hrn. V. unterrichtet sind; und sonach hätte ich wohl den ersten Theil seines Buchs nicht einmal bloß überflüssig nennen sollen.

Nicht so hart kann ich über den zweyten Theil urtheilen, ob ich gleich auch nicht glaube, daß der Gewinn, welcher daraus für die Feldmeßkunst erwachsen mag, sehr beträchtlich sey. Freylich erwartet man in einer Anleitung für Schulen keine Entdeckungen; aber doch eine solche Methode, daß die Verbreitung der Wissenschaft oder der Kunst daraus Vortheil ziehen könne. Werden nun meistens bloß oberflächliche Kenntnisse veranlaßt, so sind dieselben nicht selten ein unfehlbares Mittel, alle Lust zu unterdrücken. Ueberhaupt ist es wohl nicht so leicht, als man gewöhnlich glaubt, ein zweckmäßig eingerichtetes Schulbuch zu schreiben, indem selbst gute Kenntnisse in der vorzutragenden

Wissenschaft das wenigste von dem sind, was dazu erfordert wird. Um meine Leser in den Stand zu setzen, nach eigener Einsicht ein Urtheil zu fällen, setze ich die Beschreibung der Fernröhre bey Winkelmessern her.

Diese Fernröhre sind in Absicht auf die Art, wie das Licht durch dieselbe ins Auge kommt *), entweder

α. Refrangirende, welche das Licht, das ein entfernter Gegenstand nach ihnen schickt, brechen; die Maßen, in welchen diese Brechung vorgeht, sind Gläser oder sogenannte Sphärische Linsen-Gläser.

Das erste dieser Linsengläser, auf welche neumlich das Licht zuerst auffällt, heißt man das Objectiv-Glas, das andere aber, oder die andere, durch welche das Licht

*) Also die Art, wie das Licht durch Fernröhre ins Auge kommt, darf als bekannt vorausgesetzt werden, aber nicht die Begriffe der trigonometrischen Linien, der Pythagorische Lehrsatz, das Theorem: Jede zwey Nebenwinkel sind zusammen so groß als zwey rechte; ja nicht einmal die Arten der geradlinigen Figuren? denn S. 12—14 sind dieselben sogar tabellarisch aufgestellt.

noch hindurch gehen muß, ehe es ins Auge kommen kann, Ocular-Gläser. Nach der Anzahl der Gläser in einem Fernrohr ist dasselbe entweder:

a. ein Astronomisches, das außer dem Objectiv, nur ein oder zwey Okulare hat, und dahero die Gegenstände verkehrt zeigt;

b. oder ein terrestrisches, das außer dem Objectiv, zum wenigsten drey Oculare hat, und jedesmal den Gegenstand aufrecht darstellt.

Diese beyden Gattungen von Fern-Rohren sind ferner auch in Absicht auf die Beschaffenheit des Objectiv Glases, entweder

gemeine Fern-Rohre, welche nur ein einfaches Objectivglas haben; oder

Farbenlose (Achromatische), welche ein zusammengesetztes Objectiv haben, das zum wenigsten aus zwey, höchstens aber aus drey Gläsen besteht, welche das Licht dergestalt in ihrer Maße brechen, daß dadurch nicht nur die Far-

benzerstreuung auf der Axe, sondern auch die Abweichung wegen der Kugelgestalt des Glases so viel möglich aufgehoben wird.

Man nennt daher auch die Werkzeuge, welche mit Refractoren versehen sind, dioptrische Werkzeuge.

β. Reflectirende, bey welchen das Licht von Spiegel Ebenen (?) zurückgeworfen wird.

Die Masse dieser Spiegel ist aus verschiedenen Metallen zusammengesetzt, welche man Spiegel Composition heißt. Von diesen Spiegeln ist derjenige der Objectiv Spiegel, auf welchen das Licht auffällt; der andere aber, auf welchen jener das Licht wirft, der Ocular Spiegel.

Nach der Figur dieses Okular Spiegels ist auch der Reflector selbsten ein

Neutonianischer, bey welchem der Ocular Spiegel plan ist;

Gregorianischer, bey welchem der Ocular Spiegel concav ist;

Cassegrainianischer, bey welchem der Ocular Spiegel convex ist.

Der neueste Herschelianische Reflector hat gar keinen Ocular Spiegel.

Werkzeuge, auf welchen dergleichen Reflectores angebracht sind, kann man dahero auch Geodätisch-Catoptrische heißen.

Uebrigens giebt man bey dem Fernrohr jener Linie, welche man sich durch die Mitte des Rohres, in welchem die Gläser oder Spiegel eingefaßt sind, den Namen der Axe des Rohrs.

Jene Linie aber, welche man sich durch die Mittelpunkte der Gläser und Spiegel des Rohrs denket, heißt man die Axe des Refractors oder Reflectors, oder überhaupt die Axe des Telescops. Trifft es zu, daß die Axe des Fernrohrs mit der Axe seines Rohrs zusammen trifft, so ist das Fern-Rohr ein centrirtes Fern-Rohr.

Die Schreibart des Hrn. V. habe ich, wo ich aus ihm genommen, genau beybehalten.

Berlin, beym Verfasser. Ausführliche Anweisung zur Erbauung und Errichtung der Torf-Ziegel-Oefen, und zum Zubereiten und Brennen der Ziegel, insbesondere derjenigen, welche mit Torf gebrannt werden. Von Wil-

helm Gilly, Königl. Kammer-Conducteur. 1790. 78 S. 8.

Ich betrachte die architectonischen Wissenschaften nicht als Theile der angewandten Mathematik, weil sie dazu zu viele empirische Kenntnisse erfordern; ich sehe vielmehr die ganze reine und angewandte Mathematik als eine zu den architectonischen Disciplinen unentbehrliche Hülfswissenschaft an. Aus diesem Grunde könnte ich die zu diesen Disciplinen gehörigen Schriften aus der Zahl der von mir anzuzeigenden ausschließen, wenn ich meine Beyträge nicht eben sowohl für Praktiker als für Schullehrer bestimmt hätte. Da ich indessen gelernt habe, daß man über Dinge, die in einer Studierstube nicht gemacht werden können, auch nicht aus der Studierstube zu urtheilen im Stande oder befugt sey: so wird man es mir hoffentlich nicht verdenken, wenn ich mich bey der Anzeige wirklich praktischer Schriften innerhalb der Grenzen halte, jenseits welcher ich Gefahr liefe, mir Mangel an unentbehrlich nothwendigen Erfahrungen vorwerfen lassen zu müssen. So viel vorläufig und im Allgemeinen. Was die genannte Schrift betrifft, so will ich das gelegent-

liche Urtheil eines einsichtsvollen Praktikers darüber hersetzen. Es warf derselbe bey einer Unterredung mit mir über eine, künftigen Baumeistern bestimmte, Schrift, die sich von ihren Brüdern oder Schwestern, denn manche sind von der Art, daß man in Ansehung ihres Geschlechts nicht leicht zur Gewißheit gelangt, auf eine sehr vortheilhafte Weise unterscheiden wird, die Frage auf: Ob ein Schriftsteller Anweisungen, die andere schon so gut ertheilt hätten, daß man keine andere geben könnte, ohne eine schlechtere zu geben, aus den Schriften ihrer Urheber nehmen und seinem Werke einverleiben könne? Was ich darauf zur Antwort gab, gehört hier nicht her; wohl aber das, daß er die genannte Schrift als ein Beyspiel anführte, und das Urtheil fällte: die darin abgehandelte Materie sey für diejenigen, denen diese Schrift bestimmt wäre, so vollständig, so zweckmäßig und zugleich so deutlich aus einander gesetzt worden, daß er selbst, bey allen seinen Erfahrungen, nichts bessers würde sagen können. Da ich keinen Grund habe, dagegen etwas einzuwenden, und mir außerdem der Hr. V. als ein solcher Praktiker bekannt ist, der nichts angelegentli-

cheres hat, als alle sich ihm darbietende Gelegenheiten zur Erweiterung und Begründung seiner Einsichten zu benutzen, und insbesondere die Zeit, welche ihm seine Geschäfte dazu übrig lassen, der jedem mathematischen Praktiker unentbehrlichsten Hülfswissenschaft, der theoretischen Mathematik widmet: so setze ich sehr gern hinhinzu, daß auch mir die Durchlesung seiner Anweisung viel Vergnügen gemacht hat, und daß ich an meinem Theile dieselbe ebenfalls für eine sehr brauchbare und nützliche Anweisung halte. Den Inhalt giebt der Titel hinlänglich an.

Berlin und Stettin, bey Fr. Nicolai. Heinrich Ludewig Mangers, Königl. Preußisch. Ober-Hof-Baurath und Garteninspectors, Baugeschichte von Potsdam, besonders unter der Regierung König Friedrichs des Zweyten. Erster Band, welcher die Baugeschichte von den ältesten Zeiten bis 1762 enthält, 1789. Zweyter Band, welcher die Baugeschichte vom Jahre 1763 bis zu 1786 enthält. 1789. Dritter Band, welcher Nachrichten von den Baumeistern, Kassenverwaltern, den übrigen Vorfällen und ein Verzeichniß der

verwandten Baukosten enthält. Nebst Register über alle drey Bände. 1790. Alle drey Bände, 844 S. gr. 8.

Bey Schriften dieser Art und von solchen Verfassern kann es zur Anzeige genug seyn, einiges aus der Vorrede und den Inhalt ausführlich mitzutheilen.

Sollte eine ausführliche Nachricht (sagt der V.) von Friedrichs II. zu Potsdam innerhalb 46 Jahren ausgeführten Bauen unwillkommen? sollte meine Bemühungen, dergleichen zusammengetragen zu haben, unnütze seyen? Ich hoffe es nicht. — Es sind zwar gegenwärtige Nachrichten blos in Abend- und andern müssigen Stunden zusammengetragen, und ich habe dabey nur Wahrheit, aktenmäßige Wahrheit vor Augen gehabt, ohne mich ängstlich um den Vortrag und Ausdruck zu bekümmern. — Aber die Wahrheit fodern auch solche Leser, die nur den wirklichen Verlauf der Sachen, ohne Zierde und Schmuck, die der Wahrheit bey einer Geschichte oft Eintrag thun, wissen wollen, und — dergleichen Leser wünsche ich mir. — Diese können von mir mit Recht getreue Nachrichten fodern, weil ich seit dem Jahre 1753 selbst Antheil

an allen Baugeschäften gehabt habe, und mir die Registraturen offen stunden. In diesem Betracht kann ich behaupten, daß Niemand diese Nachrichten im rechten Zusammenhange so hätte liefern können, als ich. Denn von dem gedachten Jahre an ist außer mir Niemand mehr vorhanden, der in seiner Laufbahn bey den Bauen zu Potsdam ausgedauert hätte, und die vom Feuer und Moder sonderbar geretteten Baurechnungen der ersten Jahre sind unzulänglich, wenn sie nicht ein Augenzeuge nützt. — Man könnte mir den Vorwurf machen, daß ich zuweilen weitläuftig in Angabe der Maaße und anderer Umstände gewesen sey. Allein ich habe darauf gedacht, daß meine Schrift zugleich eine kleine Chronik für die Bewohner Potsdams und ihrer künftigen Künstler und Werkmeister seyn soll, weil man öfters streitig ist, wenn und zu welcher Zeit dieses oder jenes Gebäude sey aufgeführt worden, oder wer an demselben gearbeitet habe. — Der erste Band enthält drey Abtheilungen. Die erste giebt eine kurze Nachricht von der ehemaligen Beschaffenheit und Größe der Stadt Potsdam und deren allmälig erfolgten Erweiterungen bis zum Regierungs-

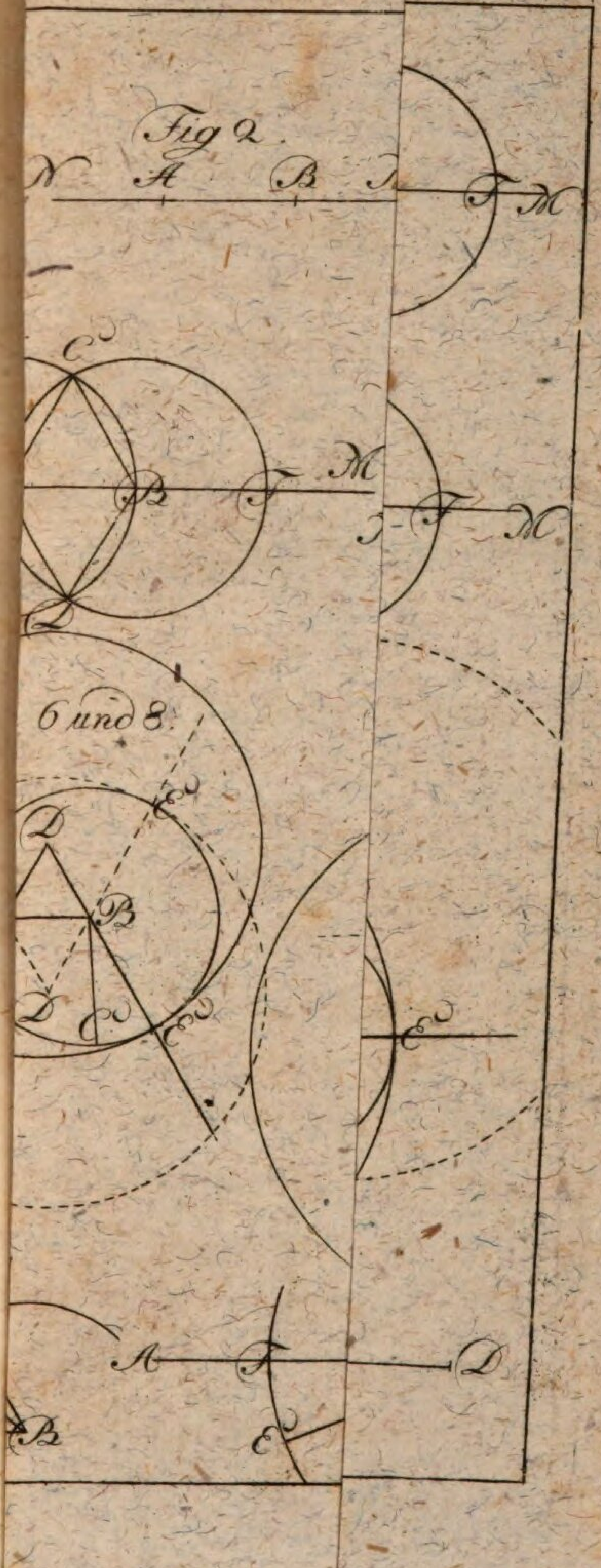
antritt König Friedrich Wilhelms; desgleichen von dem schnellen Wachsthum durch Anbauen derselben unter gedachter Regierung. Die andere beschreibt die Baue unter der Regierung König Friedrichs des Zweyten, und zwar von 1740 bis zum Anfange des sogenannten siebenjährigen Krieges in Deutschland. Die dritte enthält das Wenige, was in dem kriegerischen Zeitraume von 1756 bis 1762 an Bauen zu Potsdam vorgefallen ist. Der zweyte Band redet in der vierten Abtheilung von den vielen Bauen in und bey Potsdam in den funfzehn Jahren von 1763 bis 1777; in der fünften vom Stillstande des Baues in dem Jahre des Bayerschen Erbfolgekrieges 1778; in der sechsten von den fernern Bauen zu Potsdam von 1779 bis an den Tod Friedrichs des Zweyten; in der siebenten folgt die architektonische Beschreibung des Leichenbegängnisses Friedrichs des Zweyten zu Potsdam am 9ten September 1786; und zuletzt wird in einem Anhange eine Abschrift des vom König Friedrich Wilhelm dem Ersten am 21sten Januar 1735 genehmigten Anschlages zu der marmornen Kanzel in der Garnisonkirche mitgetheilt. Der Inhalt des dritten Bandes

ist: in der achten Abtheilung, König Friedrich der Zweyte als Baumeister und Bauherr betrachtet; in der neunten, die Baumeister unter ihm zu Potsdam; in der zehnten, die Baugeschäftsträger oder Personen, die zwar keine Baumeister waren, durch die aber der König seine Befehle in Bauangelegenheiten bekannt machen ließ, wenn Er mit den Baumeistern zürnte und sie nicht Selber sprach; in der eilften die Rendanten der Baukasse zu Potsdam; in der zwölften die Entstehung, Verfassung und nach und nach erfolgten Abänderung des unter der Regierung Friedrichs des Zweyten sogenannten Baucomptoirs und Vorfälle bey demselben; und in der dreyzehnten eine Uebersicht der Gebäude, welche Friedrich der Zweyte überhaupt während Seiner Regierung in und bey Potsdam hat aufführen lassen, nebst Beyfügung der Baukosten für dieselben; desgleichen eine Wiederholung aller Baue und Reparaturen unter ihr zu Potsdam, und endlich ein Nachtrag zu 1754, oder der marmorne Obelisk auf dem Markte. — Da es der Platz erlaubt, so will ich noch ein Paar Stellen aus der achten Abtheilung hersetzen. — Der König war von Natur ein Ver-

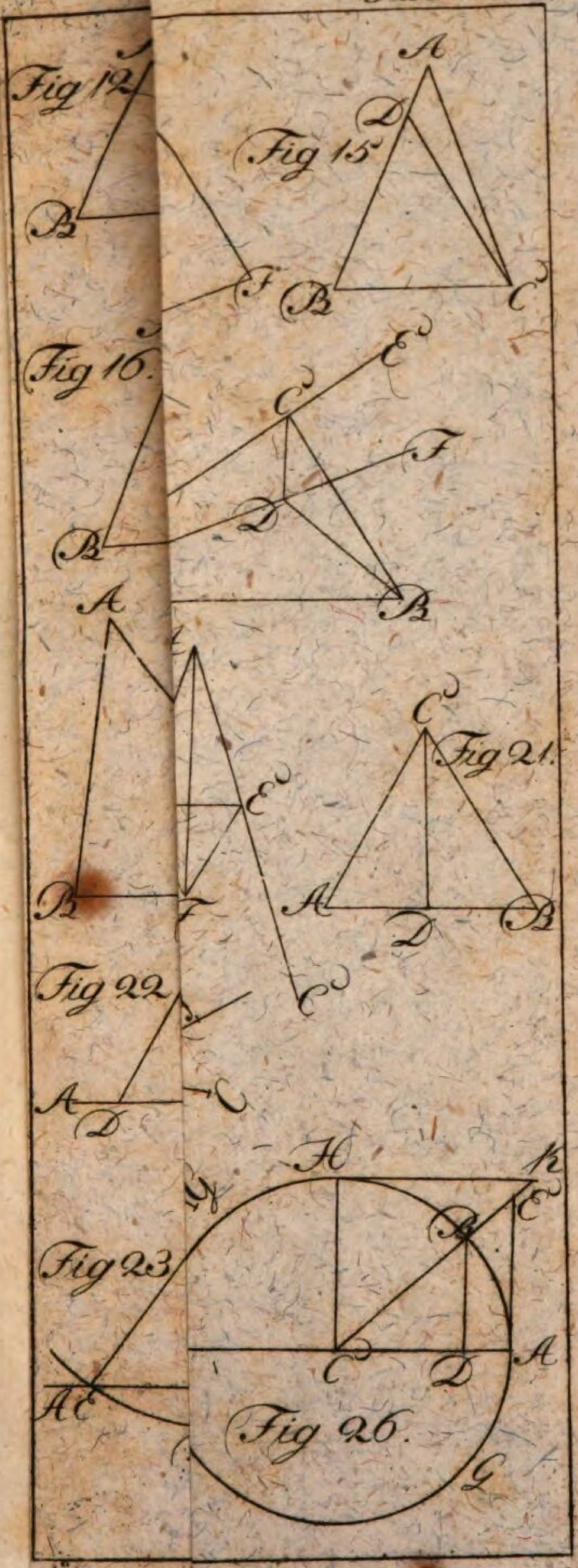
ehrer der schönen Künste und Wissenschaften, also auch aus Selbstgefühl und Ueberzeugung ein Liebhaber von prächtigen und nützlichen Bauen. Die ersten vierzig Jahre Seiner Regierung war Er Selbsterfinder und Vorzeichner der Aussenseiten zu den zu erbauenden Schlössern, pübliken, privat- und ökonomischen Gebäuden von einiger Wichtigkeit, eben so als zur Verzierung und Meublirung der innern Gemächer in den Ihm besonders eigenen Gebäuden; in den letztern Jahren nahm Er es hierinnen nicht so genau. Ungeachtet dieser großen Selbsteinsicht, waren doch noch besondere Baumeister nöthig, die nicht allein die Ideen des Königs nach ihren erforderlichen Maaßen gehörig aufzeichnen und profiliren, oder Schablonen dazu machen konnten, damit für Künstler und Werkleute alles deutlich genug würde, sondern die auch vorher Ueberschläge der zu jedem anbefohlenen Baue erforderlichen Kosten, im Voraus zu machen im Stande waren, als ohne dergleichen vorgängige Kostenanschläge der König niemals einen Bau anfangen ließ. Durch diese Baumeister geschah es, daß die anfänglichen Vorrisse und Ideen des Königs auf verschiedene Weise aus-

gedrückt wurden, weil doch immer etwas von den eigenen Ideen und Manieren derselben durchschimmerte. Kenner konnten sogar in der Folge, fast ohne sich zu irren, unterscheiden, von welchem Baumeister die Angaben zu diesen oder jenen Bauen wären ins Werk gerichtet worden. — Manger hat niemals das Glück gehabt, auf besondern Befehl des Königs Entwürfe zu Gebäuden zu machen. Man hatte Ihm denselben bald Anfangs wohlmeynend und freundschaftlich als einen bloßen Mathematiker, und allenfalls praktischen Baumeister geschildert, dem es an genugsamen Feuer, Phantasie, Dicht- und und Erfindungskunst fehle, um große architektonische Geburten hervorbringen zu können. In der Folge traute ihm der König doch noch die Geschicklichkeit des Stehlens zu, und das war wirklich viel! denn wo das Stehlen heimlich, wie bey den Spartanern, geschehen muß, wenn es nicht bestraft werden soll, darf sich ein ganz Ungeschickter nicht damit abgeben.

Tab VI.



Tab VII.



Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Michelsen, Johann Andreas Christian, 1749-1797

Beyträge zur Beförderung des Studiums der Mathematik insbesondere für Schullehrer und Praktiker

Bd.: 1,4

Berlin (1790)

Math.u. 131-1,1/4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10594140-2
VD18 8034142X-001